



21. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Saison 1981/1982

Aufgaben und Lösungen





21. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 210621:

Ein Güterzug fährt von einer Station A (Kilometer 0) zu einer Station B (Kilometer 60). Beim Kilometer 15 hält der Zug 30 Minuten lang; in der übrigen Zeit fährt er mit der gleichbleibenden Geschwindigkeit von 45 Kilometern je Stunde. Um 9.30 Uhr fährt der Zug in A ab.

Lege eine Tabelle an, aus der zu ersehen ist, bei welchem Kilometer sich der Zug zu den Uhrzeiten alle 10 Minuten nach der Abfahrt (9.40 Uhr, 9.50 Uhr, 10.00 Uhr u.s.w.) befindet! Begründe diese Kilometerangaben!

Aufgabe 210622:

Fritz findet in einem alten Lehrbuch in einer Aufgabe fünfstellige natürliche Zahlen abgedruckt. Bei einer dieser Zahlen sind die an der Einer- und die an der Zehnerstelle stehenden Ziffern nicht mehr lesbar. Wenn man für diese beiden unlesbaren Ziffern jeweils ein Sternchen (*) setzt, dann hat die Zahl die Form 418^{**} .

Außerdem meint Fritz, aus dem Aufgabentext entnehmen zu können, daß sich die fünfstellige Zahl ohne Rest sowohl durch 6 als auch durch 7 und durch 9 teilen läßt.

Untersuche, ob es eine fünfstellige Zahl gibt, die als die betreffende Zahl in dem Lehrbuch gestanden haben könnte und alle genannten Teilbarkeitseigenschaften hat! Nenne diese Zahl! Gibt es außer ihr noch andere derartige Zahlen?

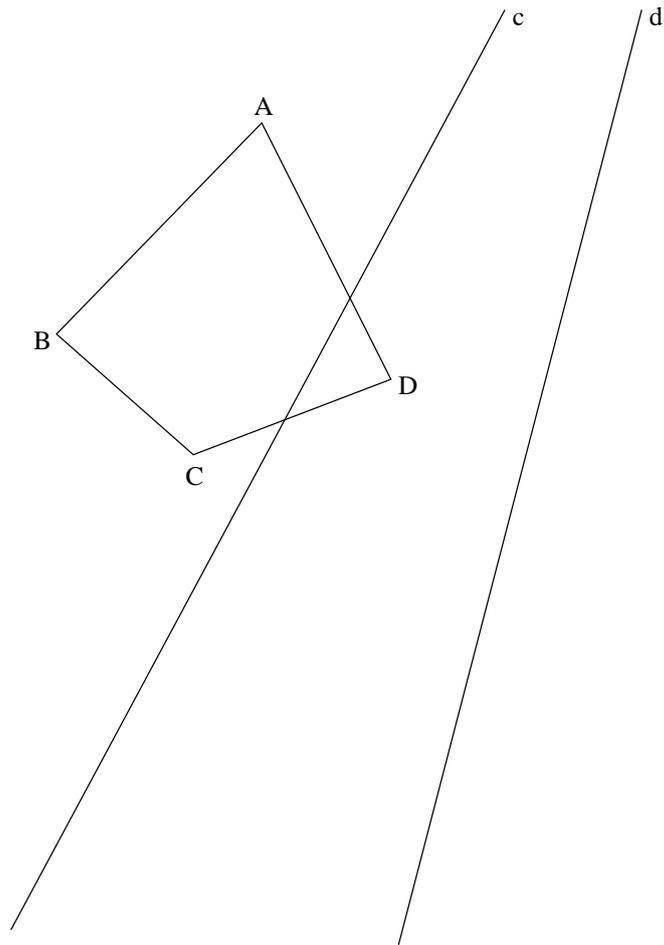
Aufgabe 210623:

Im Laufe eines Jahres ist in einem Möbelwerk die Zahl der hergestellten Tische monatlich um 10 angewachsen. Im Laufe des ganzen Jahres wurden 1920 Tische hergestellt.

- Wieviel Tische wurden im Monat Juni hergestellt ?
- Wieviel Tische wurden im Monat Dezember hergestellt?

Aufgabe 210624:

Spiegle die Figur $ABCD$ auf dem Arbeitsblatt nacheinander an den gegebenen Geraden c und d ! Eine Beschreibung der Konstruktion ist nicht erforderlich.





21. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 210621:

Bei der Geschwindigkeit von 45 Kilometern je Stunde legt der Zug jeweils in 10 Minuten ein Sechstel der Strecke 45 km zurück, das sind (wegen $45 : 6 = 7\frac{1}{2}$) jeweils $7\frac{1}{2}$ km. Berücksichtigt man noch die Wartezeit, so ergibt sich folgende Tabelle:

Uhrzeit	9.40	9.50	10.00	10.10	10.20	10.30	10.40	10.50	11.00	11.10
Kilometer	$7\frac{1}{2}$	15	15	15	15	$22\frac{1}{2}$	30	$37\frac{1}{2}$	45	$52\frac{1}{2}$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 210622:

Angenommen, es gibt eine solche Zahl. Dann folgt: Die Zahl ist durch 6 teilbar, also gerade; ihre Einerziffer lautet mithin 0, 2, 4, 6 oder 8.

Die Zahl ist ferner durch 9 teilbar; dasselbe gilt folglich für ihre Quersumme. Diese ist um $4 + 1 + 8$, d.h. um 13 größer als die Summe aus ihrer Zehner- und ihrer Einerziffer. Setzt man der Reihe nach für die Einerziffer 0, 2, 4, 6, 8, dann ergibt sich für die Zehnerziffer jeweils der in der folgenden Tabelle angegebene Wert:

Einerziffer	Summe aus 13 und der Einerziffer	Zehnerziffer
0	13	5
2	15	3
4	17	1
6	19	8
8	21	6

Also kann die gesuchte Zahl nur eine der Zahlen 41 850, 41 832, 41 814, 41 886, 41 868 sein. Von diesen ist nur 41 832 durch 7 teilbar.

Daher kann nur diese Zahl an der angegebenen Stelle im Lehrbuch gestanden haben; denn sie hat als einzige alle verlangten Teilbarkeitseigenschaften und ist von der Form 418^{**} , wie in der Aufgabe angegeben.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 210623:

In dem Betrieb wurden im Februar 10, im März 20, ..., im Juni 50, ..., im Dezember 110 Tische mehr hergestellt als im Monat Januar. Wegen

$$10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 100 + 110 = 660$$

sind das insgesamt 660 Tische mehr, als wenn die Produktionssteigerung nicht erfolgt wäre, d.h. in allen 12 Monaten gleich viele Tische hergestellt worden wären, ebensoviele wie im Januar.

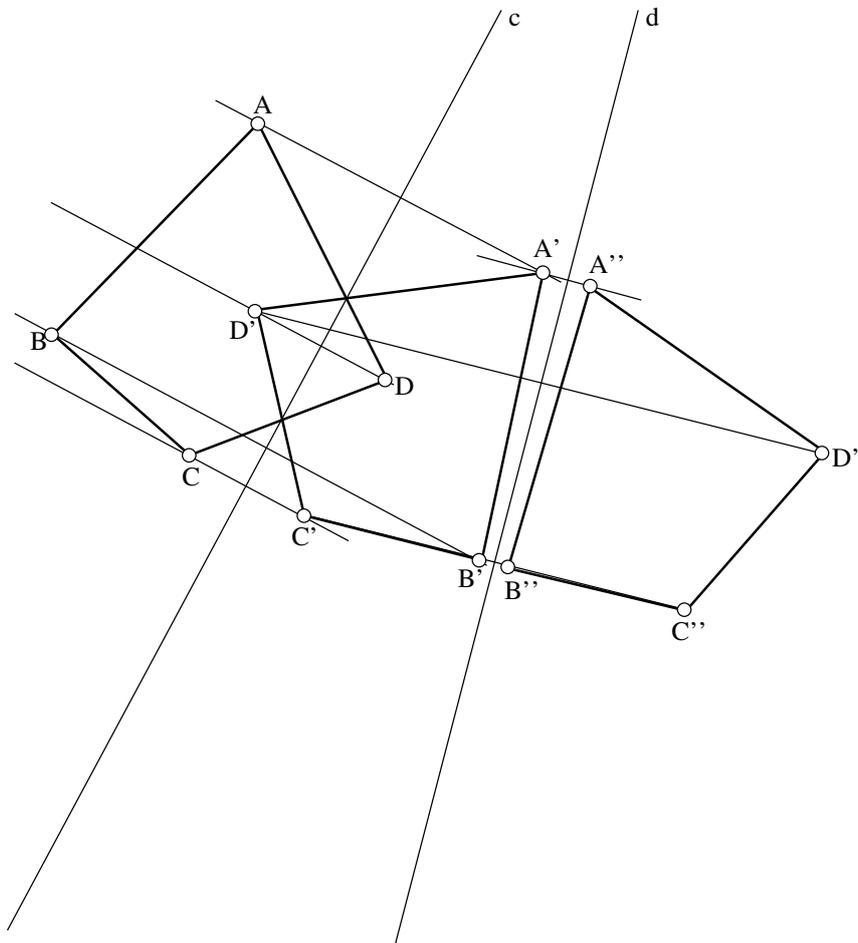
Wegen $1920 - 660 = 1260$ und $1260 : 12 = 105$ wurden im Januar somit 105 Tische produziert.

a) Aus $105 + 50 = 155$ folgt, daß im Juni 155 Tische angefertigt wurden.

b) Wegen $105 + 110 = 215$ wurden im Dezember 215 Tische hergestellt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 210624:



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission