



32. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 10
Saison 1992/1993

Aufgaben





32. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 321021:

Ermitteln Sie die kleinste natürliche Zahl z , die genau vier Teiler t_1, t_2, t_3, t_4 mit $1 < t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < z$ hat!

Aufgabe 321022:

An einem Kraftsportwettbewerb nehmen Robert, Stefan und Tilo teil. Robert schafft 20 Klimmzüge. Stefan nimmt sich vor, mindestens 80% der Leistungen von Robert und Tilo zusammen zu erreichen; Tilo will mindestens 60% der Leistungen von Robert und Stefan zusammen schaffen.

Gibt es eine kleinstmögliche Anzahl von Klimmzügen für Stefan und Tilo, so daß beide Vorhaben erfüllt werden? Wenn das der Fall ist, ermitteln Sie diese Anzahl!

Aufgabe 321023:

Gegeben seien n zueinander parallele Geraden sowie weitere n zu ihnen senkrechte, also untereinander ebenfalls parallele Geraden. Damit entstehen n^2 Schnittpunkte (*Gitterpunkte*).

Klaus versucht, einen geschlossenen (d.h. zum Anfangspunkt zurückkehrenden) Streckenzug zu zeichnen. Jede Strecke dieses Streckenzuges soll auf einer der gegebenen Geraden liegen, und jeder Gitterpunkt soll genau einmal von dem Streckenzug erreicht werden.

- Beweisen Sie, daß für $n = 4$ und für $n = 6$ der Versuch erfolgreich realisiert werden kann!
- Beweisen Sie, daß der Versuch für $n = 9$ nicht erfolgreich realisiert werden kann!

Aufgabe 321024:

Untersuchen Sie, ob es möglich ist, einem Quadrat mit einer Seitenlänge von 8 cm mehr als 64 Kreise mit einem Durchmesser von je 1 cm so einzubeschreiben, daß sich je zwei Kreise nicht überschneiden und daß kein Punkt eines Kreises außerhalb des Quadrates liegt!