



22. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 7
Saison 1982/1983

Aufgaben





22. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 220721:

Ermittle alle geraden natürlichen Zahlen z mit folgenden Eigenschaften:

- (1) Die Zahl z ist fünfstellig, keine ihrer fünf Ziffern ist eine 0.
- (2) Die aus den ersten drei Ziffern von z in dieser Reihenfolge gebildete dreistellige Zahl ist eine Quadratzahl.
- (3) Die aus den letzten drei Ziffern von z in dieser Reihenfolge gebildete dreistellige Zahl ist eine Kubikzahl.

Hinweis: Ist a eine natürliche Zahl, so heißt a^2 ihre Quadratzahl und a^3 ihre Kubikzahl.

Aufgabe 220722:

In einer Diskussion über Dreiecke ABC wird für diese vorausgesetzt:

- (1) Es gilt $\overline{AC} = \overline{BC}$
- (2) Die Halbierende des Winkels $\sphericalangle BAC$ steht senkrecht auf BC .

In dieser Diskussion behauptet Ursel: "Dann muß das Dreieck ABC rechtwinklig sein." Vera behauptet: "Nein, dann muß es gleichseitig sein." Werner behauptet: "Nein, dann braucht das Dreieck ABC weder rechtwinklig noch gleichseitig zu sein."

Untersuche für jede dieser drei Behauptungen, ob sie wahr oder falsch ist!

Aufgabe 220723:

Auf einer Kreislinie k seien vier Punkte A, B, C, D so gelegen, daß $ABCD$ ein Rechteck ist. Der Radius des Kreises k sei r genannt, die Mittelpunkte der Strecken AB, BC, CD und DA seien in dieser Reihenfolge mit E, F, G bzw. H bezeichnet.

Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen der Umfang des Vierecks $EFGH$ stets $4r$ betragen muß!

Aufgabe 220724:

Für drei natürliche Zahlen a, b, c werden die folgenden Eigenschaften (1) und (2) gefordert:

- (1) Es gilt $a < b < c$.
- (2) Wenn a, b, c die Maßzahlen der in Zentimeter gemessenen Kantenlängen eines Quaders sind, so hat der Quader das Volumen 270 cm^3 , und die Summe der Längen aller zwölf Kanten des Quaders beträgt 80 cm .

Untersuche, ob es natürliche Zahlen gibt, die diese Forderungen erfüllen, und ob diese Zahlen durch die Forderungen (1) und (2) eindeutig bestimmt sind! Ist dies der Fall, so nenne diese Zahlen!