



16. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Saison 1976/1977

Aufgaben





16. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 161211:

Man ermittle alle Tripel reeller Zahlen (x, y, z) , die das Gleichungssystem

$$x + yz = 7 \quad (1)$$

$$xy + z = 5 \quad (2)$$

$$x + y + z = 6 \quad (3)$$

erfüllen.

Aufgabe 161212:

Man beweise, daß für jedes Dreieck ABC die Gleichung

$$\overline{MA}^2 \cdot \sin \alpha + \overline{MB}^2 \cdot \sin \beta + \overline{MC}^2 \cdot \sin \gamma = 2F$$

gilt, wobei α, β, γ die Größen der Innenwinkel bei A, B bzw. C bezeichnen, F der Flächeninhalt des Dreiecks und M der Mittelpunkt seines Inkreises ist.

Aufgabe 161213:

Einer Schule stehen für ein Zeltlager folgende Zelte zur Verfügung:

2 Zelte für je 3 Personen,

1 Zelt für 8 Personen,

2 Zelte für je 10 Personen und

2 Zelte für je 16 Personen.

Jedes dieser Zelte wird entweder mit Mädchen zu genau 50% seiner Höchstbelegungszahl ausgelastet oder mit Jungen so belegt, daß es zu höchstens 70%, mindestens aber zu 50% ausgelastet ist. Dabei sind insgesamt für das Zeltlager mehr Mädchen als Jungen zu berücksichtigen.

- Wieviel Personen können maximal unter diesen Bedingungen am Zeltlager teilnehmen?
- Man gebe für einen derartigen Fall eine entsprechende Belegung der Zelte an.

Aufgabe 161214:

Auf der Oberfläche einer massiven Kugel, deren Durchmessergröße nicht angegeben ist, seien zwei Punkte A und B gegeben, die nicht auf ein und demselben Kugeldurchmesser liegen.



Man beschreibe eine Konstruktion des durch die Punkte A und B verlaufenden Großkreises. Zur Konstruktion auf der Kugeloberfläche darf nur ein Zirkel, zu eventuell notwendigen Hilfskonstruktionen in einer Ebene dürfen nur Zirkel und Lineal verwendet werden.

Hinweis: Unter einem Großkreis versteht man einen Kreis auf der Kugeloberfläche, dessen Mittelpunkt mit dem Mittelpunkt der Kugel zusammenfällt. Durch zwei Punkte der Kugeloberfläche, die nicht auf ein und demselben Kugeldurchmesser liegen, verläuft genau ein Großkreis.