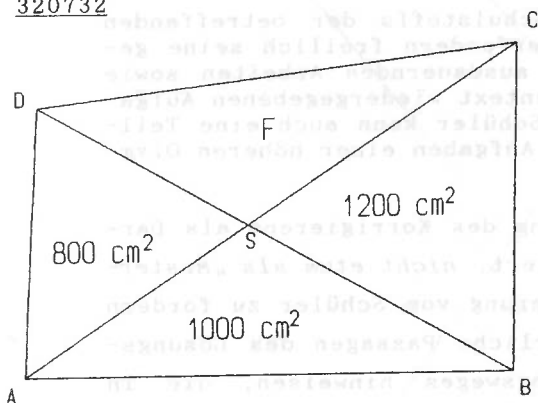


Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

320731

- a) Vier rote Kugeln, zwei gelbe Kugeln und eine blaue Kugel sollen so auf zwei Kästen A und B verteilt werden, daß sich in A drei und in B vier Kugeln befinden.
 Wieviele derartige Verteilungen gibt es insgesamt?
- b) Jetzt werden gleichfarbige Kugeln durch eine zusätzliche Nummerierung voneinander unterschieden. Die Verteilungen unterscheiden sich dann nicht nur darin, wieviele Kugeln der einzelnen Farben in den Kästen A und B sind, sondern auch, welche Nummern sie tragen.
 Wieviele solcher Verteilungen gibt es insgesamt?

320732



Es sei ABCD ein Viereck, dessen Diagonalen AC und BD sich in einem Punkt S schneiden. Ferner sei vorausgesetzt, daß die Dreiecke ABS, DAS und BCS die Flächeninhalte 1000 cm^2 , 800 cm^2 bzw. 1200 cm^2 haben, so wie dies in Abb.A 320732 angegeben ist.
 Weise nach, daß durch diese Voraussetzungen der Flächeninhalt F des Dreiecks CDS eindeutig bestimmt ist, und ermittle diesen Flächeninhalt!

Abb.A 320732

320733

Es sei ABC ein gleichseitiges Dreieck, sein Umkreismittelpunkt sei M. Auf der Verlängerung von AB über B hinaus liege ein Punkt P derart, daß $\overline{BP} = 2 \text{ cm}$ gilt. Auf der Verlängerung von BC über C hinaus liege ein Punkt Q mit $\overline{CQ} = 2 \text{ cm}$, und auf der Verlängerung von CA über A hinaus liege ein Punkt R mit $\overline{AR} = 2 \text{ cm}$.
 Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen, unabhängig von der Seitenlänge des Dreiecks ABC, stets die beiden folgenden Aussagen a) und b) gelten!

a) Das Dreieck PQR ist gleichseitig.

b) Es ist $MP \cong MQ \cong MR$.

32. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landes-Olympiade)
Olympiadeklasse 7, 2.Tag

320734

Ermittle die Anzahl aller derjenigen sechsstelligen natürlichen Zahlen, die durch 5 teilbar sind und deren Quersumme durch 9 teilbar ist!

320735

Es sei ABC ein Dreieck, in dem der Innenwinkel $\sphericalangle ACB$ die Größe 32° hat. Auf der Verlängerung von BA über A hinaus liege ein Punkt D derart, daß $\overline{AD} = \overline{AC}$ gilt; auf der Verlängerung von AB über B hinaus liege ein Punkt E derart, daß $\overline{BE} = \overline{BC}$ gilt.

Beweise, daß durch diese Voraussetzungen, unabhängig von den sonstigen Eigenschaften des Dreiecks ABC , die Größe des Winkels $\sphericalangle DCE$ eindeutig bestimmt ist; ermittle diese Winkelgröße!

320736

Über ein Schwimmbecken wurden folgende Angaben gemacht:

Das Becken kann durch zwei getrennte Wasserleitungen gefüllt werden. Aus der zweiten Leitung strömen in jeder Minute 50 Kubikmeter mehr heraus als aus der ersten. Um das Becken vollständig zu füllen, werden 48 Minuten gebraucht, wenn beide Leitungen gleichzeitig geöffnet sind; dagegen 2 Stunden, wenn nur die erste Leitung geöffnet ist.

Untersuche, ob das Volumen des Beckens durch diese Angaben eindeutig bestimmt ist! Wenn das der Fall ist, so ermittle dieses Volumen!