

XXX. Olympiade Junger Mathematiker der DDR
 2. Stufe (Kreisolympiade)
Lösungen und Punktbewertung
 Olympiadeklasse 5

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die 1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

300521) Lösung:

9 Punkte

Die Abbildungen L 300521 a, b zeigen jeweils Zeichnungen der geforderten Art. Es gibt noch mehrere andere Möglichkeiten.

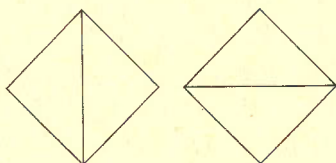


Abb. L 300521 a

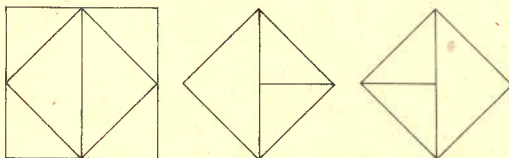


Abb. L 300521 b

300522) Lösung:

11 Punkte

a) Bezeichnet man für jede Person das Alter mit dem Anfangsbuchstaben ihres Vornamens, so folgt aus den Angaben:

$$S > A > M, \quad (1)$$

$$T = A + M \quad (2)$$

$$D > A + S. \quad (3)$$

Nach (1) sind weder Susanne noch Antje die jüngste, nach (2) auch Thomas nicht und nach (3) auch Dirk nicht.

Also ist Manuela die jüngste der fünf Personen.

L 5

Nach (1) sind weder Antje noch Manuela die älteste, nach (3) auch Susanne nicht. Also ist entweder Dirk oder Thomas die älteste der fünf Personen. Wegen (3) und $S > M$ (siehe (1)) gilt aber $D > A + M$, und nach (2) besagt dies $D > T$. Folglich ist Dirk die älteste der fünf Personen.

- b) Es gibt sowohl Altersangaben, für die (1), (2), (3) zutreffen und bei denen $S < T$ gilt, als auch Altersangaben, für die (1), (2), (3) zutreffen und bei denen $S > T$ gilt.

Zur Begründung genügt es, je ein Beispiel hierfür anzugeben und die genannten Aussagen zu bestätigen.

Solche Beispiele sind etwa

$$D = 16, T = 13, S = 8, A = 7, M = 6 \text{ bzw.}$$

$$D = 22, S = 14, T = 13, A = 7, M = 6.$$

Daher folgt aus den Angaben nicht eindeutig, welche Reihenfolge für die Altersangaben von Antje, Susanne und Thomas vorliegt.

300523) Lösung:

9 Punkte

- a) Abbildung L 300523a zeigt zwei Beispiele der geforderten Art.

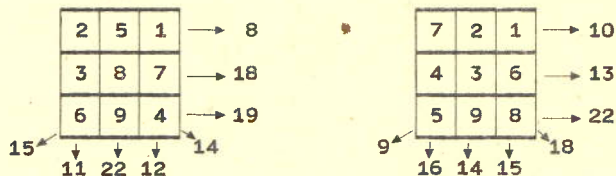


Abb. L 300523a

- b) Wäre eine solche Eintragung möglich, so müßten sechs verschiedene Summen auftreten, wie Abbildung L 300523b zeigt. Es gibt aber überhaupt nur die fünf verschiedenen Summen

$$1+2 = 3, 1+3 = 4, 1+4 = 2+3 = 5, 2+4 = 6, 3+4 = 7$$

aus je zwei der Zahlen 1, 2, 3, 4. Daher ist eine Eintragung der in b) genannten Art nicht möglich.

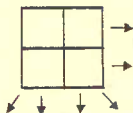


Abb. L 300523b

- a) Mit drei Farben, etwa blau, gelb, rot, lassen sich nur 9 verschiedene Farbkombinationen bilden, nämlich

bb, bg, br,

gb, gg, gr,

rb, rg, rr.

Zur Unterscheidung von 10 Mannschaften reichen daher drei Farben nicht aus. Fügt man jedoch eine weitere Farbe, etwa weiß, hinzu, so lassen sich 10 Mannschaften unterscheiden, da es außer den genannten 9 Farbkombinationen z. B. noch die Kombination ww gibt.

Die kleinste Anzahl von Farben, mit der eine Unterscheidung von 10 Mannschaften erreichbar ist, beträgt daher 4.

- b) Das gilt auch unter der in b) geforderten Bedingung.

Begründung: Mit drei Farben kann man schon, ohne diese Bedingung zu fordern, nicht 10 Mannschaften ausstatten. Also geht das erst recht nicht, wenn durch die zusätzliche Bedingung noch Kombinationen ausgeschlossen werden.

Mit vier Farben hat man aber zur Unterscheidung von 10 Mannschaften die Kombinationen

bg, br, bw,

gb, gr, gw,

rb, rg, rw,

wb, wg, wr

zur Verfügung, was ausreichend ist.

L 5
Empfehlung für die Punktverteilung
OKL 5 Gesamtpunktzahl: 40

300521

- | | |
|---|----------|
| a) Zeichnung: Zwei zusammengesetzte Quadrate | 4 |
| b) Zeichnung: Ein zerlegtes Quadrat, zwei zusammengesetzte Quadrate | 9 |
| | <u>5</u> |

300522

- | | |
|---|-----------|
| a) Ermittlung der ältesten und der jüngsten Person: | |
| Eine Ermittlung mit geringerem Aufwand | 3 |
| Eine Ermittlung mit höherem Aufwand | 4 |
| b) Nachweis der Mehrdeutigkeit der Reihenfolge | 4 |
| | <u>11</u> |

300523

- | | |
|--|----------|
| a) Zwei Eintragungen der geforderten Art | 5 |
| b) Nachweis der Unmöglichkeit einer genannten Eintragung | 4 |
| | <u>9</u> |

300524

- | | |
|--|-----------|
| a) Nachweis, daß 3 Farben nicht ausreichen | 3 |
| Nachweis, daß 4 Farben ausreichen | 3 |
| b) Nachweis, daß 3 Farben erst recht für b) nicht ausreichen | 2 |
| Nachweis, daß 4 Farben auch für b) ausreichen | 3 |
| | <u>11</u> |