

270613

Auf einer Wippe stellt sich heraus:

- (1) Andreas ist leichter als Frank, aber schwerer als Dirk.
- (2) Stefan ist leichter als Andreas, aber schwerer als Dirk.
- (3) Peter ist leichter als Jürgen, aber schwerer als Michael.
- (4) Jürgen ist leichter als Dirk.

Ordne die Jungen nach ihrem Gewicht; beginne bei dem schwersten! Überprüfe, ob bei der von dir angegebenen Reihenfolge alle Aussagen (1) bis (4) wahr sind!

270614

Kerstin zerschneidet ein rechteckiges Stück Papier so, daß der Schnitt vom Mittelpunkt einer Rechteckseite zum Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite verläuft. Es entstehen zwei kleinere Rechtecke; Kerstin legt sie genau übereinander, so daß nur noch ein kleineres Rechteck zu sehen ist, das aus zwei Schichten besteht.

Kerstin zerschneidet dieses aus zwei Schichten bestehende Rechteck in gleicher Weise und legt wieder die entstandenen rechteckigen Papierstücke genau übereinander.

Entsprechend wird fortgesetzt: Obereinanderliegende Rechtecke werden zerschnitten, die entstandenen Papierstücke werden übereinandergelegt. (Natürlich geht das nicht beliebig oft; denn der Papierstapel, der zerschnitten werden soll, wird immer dicker.)

- (1) Nenne die Anzahl der Papierstücke, die nach dem
  - a) zweiten, b) dritten, c) vierten Zerschneiden entstanden sind!
- (2) Angenommen, das Zerschneiden wäre beliebig oft möglich. Warum könnten dann trotzdem niemals nach einem Schnitt genau 160 Papierstücke entstehen?

Olympiadeklasse 7

270711

Klaus ließ versehentlich seinen Wecker zu Boden fallen. Dabei zersprang das Zifferblatt (vgl. Abb. A 270711) in drei Flächenstücke. Nachdem der erste Schreck über das Mißgeschick vorüber war, bemerkte Klaus, daß keine der 12 Zahlen beim Zerspringen des Zifferblattes auseinandergerissen worden war. Er berechnete für jedes der drei Flächenstücke die Summe derjenigen Zahlen, die auf diesem Flächenstück standen. Dabei stellte er fest, daß sich in allen drei Fällen dieselbe Summe ergab.

Wie könnte das Zifferblatt zersprungen sein? Gib eine Möglichkeit hierfür an und überprüfe, daß die von Klaus gemachte Feststellung für deine Angabe zutrifft!

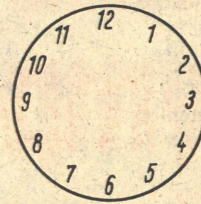


Abb. A 270711

270712

In einer Kiste befinden sich genau 100 Kugeln, und zwar 30 rote, 30 blaue, 30 grüne sowie 10 Kugeln, von denen nur bekannt ist, daß sie schwarz oder weiß sind und daß mindestens eine schwarze Kugel dabei ist. Durch das Tastgefühl lassen sich verschiedenfarbige Kugeln nicht voneinander unterscheiden.

Untersuche, ob es trotzdem möglich ist, mit geschlossenen Augen eine jeweils geeignete Anzahl von Kugeln, aber nicht alle, so herauszugreifen, daß man mit Sicherheit vorhersagen kann:

- a) Unter den herausgegriffenen Kugeln befinden sich mindestens 12 Kugeln von gleicher Farbe.
- b) Unter den herausgegriffenen Kugeln befindet sich mindestens eine schwarze Kugel.
- c) Unter den herausgegriffenen Kugeln befinden sich mindestens 5 weiße Kugeln.

270713

In einem Dreieck seien die Maßzahlen der in Zentimeter gemessenen Längen aller Seiten ganzzahlig, gerade und untereinander verschieden. Bekannt ist  $a = 6$  cm und  $b = 4$  cm.

Untersuche, ob aus diesen Angaben der Umfang des Dreiecks eindeutig ermittelt werden kann! Ist dies der Fall, dann gib den Umfang an!

270714

Bekanntlich hat jedes Viereck genau zwei Diagonalen.

- a) Ermittle die Anzahl der Diagonalen eines Fünfecks und eines Sechsecks!
- b) Finde eine Formel für die Anzahl der Diagonalen eines Vielecks in Abhängigkeit von der Eckenzahl  $n$  des Vielecks! Die Formel soll für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 4$  gelten. Begründe diese Formel!
- c) Welchen Wert gibt diese Formel, wenn man sie für  $n = 3$  anwendet? Läßt sich auch dieser Wert in eine geometrisch anschauliche Aussage fassen?

