

XXVII. Olympiade Junger Mathematiker

der Deutschen Demokratischen Republik
1. Stufe (Schulolympiade)

Achtung: Bis auf solche Fakten, die aus dem Schulunterricht oder den Arbeitsgemeinschaften bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen präzise formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen darzulegen. Die Lösungen werden im Oktober 1987 veröffentlicht.

Hinweis: Unter den Aufgaben der 1. Stufe befinden sich auch solche (in der Regel ist es die 4. Aufgabe), die aus mehreren Teilaufgaben von steigendem Schwierigkeitsgrad bestehen. Dabei ist Teil a) meist recht einfach zu lösen und gibt in der Regel Hilfe für die Lösung der anderen Teilaufgaben. Die Lösung der letzten Teilaufgabe stellt bewußt hohe Anforderungen. Diese Teilaufgabe ist vorwiegend für die leistungstärkeren Schüler gedacht. Es wird empfohlen, über diese anspruchsvollen Aufgaben in Klassen und Arbeitsgemeinschaften zu diskutieren.

Anmerkung: $\sphericalangle ABC$ bezeichnet im folgenden die Größe des Winkels $\sphericalangle ABC$. Ferner bezeichnet AB die Strecke mit den Endpunkten A und B, während \overline{AB} die Länge der Strecke AB bedeutet.

Olympiadeklasse 5

270511

Jemand will die abgebildete Figur (Abb. A 270511) in genau vier Teile zerschneiden. Keines der 20 kleinen Quadrate soll dabei zerschnitten werden. Die vier Teile sollen sich so übereinander legen lassen, daß sie sich dann völlig gleichen (gleiche Gestalt und gleiche Verteilung der Muster).

Es gibt fünf Möglichkeiten für eine derartige Zerlegung. Zeichne diese fünf Zerlegungen! Eine Begründung wird nicht verlangt.

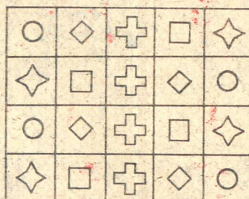


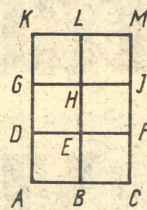
Abb. A 270511

270512

Eine Strecke von 240 mm Länge soll in zwei Teilstrecken zerlegt werden. Die größere Teilstrecke soll genau 47mal so lang sein wie die kleinere. Wie lang muß dann die kleinere Teilstrecke sein und wie lang die größere? Begründe deine Antwort!

Die Lösungen bringen wir in der Nummer 39/87

270513



Die Abbildung A 270513 zeigt ein Rechteck ACMK, das aus sechs kleinen Quadraten zusammengesetzt ist. Man kann in der Abbildung außer diesem Rechteck noch weitere Rechtecke finden, die sich aus solchen kleinen Quadraten zusammensetzen und die selbst keine Quadrate sind. Zum Beispiel ist DFJG ein derartiges Rechteck. Nenne alle derartigen Rechtecke außer ACMK!

Abb. A 270513 Eine Begründung wird nicht verlangt.

270514

a) Die Figur der Abbildung A 270514a soll so "in einem Zuge" gezeichnet werden, daß dabei keine Linie zweimal durchlaufen wird.

Ein solcher "Zug" kann z. B. im Punkt L beginnen und über die Punkte M, J, K, L, B, A, H, G, H, J, F, G, F, M, D, F, E, D, C, B, H, K, B, C, D nach Punkt L zurückführen.

Suche mindestens einen weiteren derartigen "Zug" und schreibe ihn wie im Beispiel mit Hilfe der bei ihm zu durchlaufenden Punkte auf!

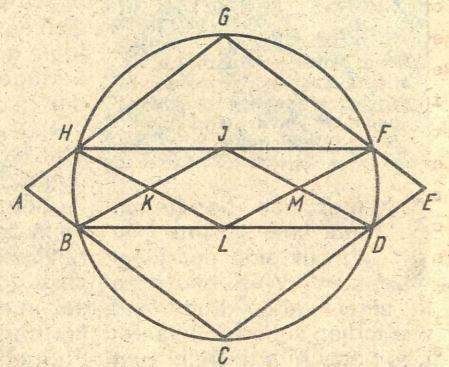


Abb. A 270514a

b) Auch die Figur der Abbildung A 270514b läßt sich in einem Zuge so zeichnen, daß jede Linie genau einmal durchlaufen wird.

Gib mindestens einen derartigen "Zug" an!

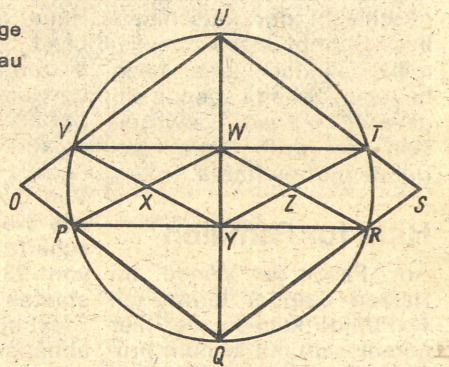


Abb. A 270514b

c) Vergleiche Anfangs- und Endpunkt der von dir in den Abbildungen A 270514a und b gefundenen Wege! Was stellst du fest?

Olympiadeklasse 6

270611

Vier Kreisscheiben (Abb. A 270611) sind jede für sich um ihren gemeinsamen Mittelpunkt M so zu drehen, daß danach immer vier Zahlen auf je einem Strahl mit dem Anfangspunkt M liegen.

Dabei soll die Summe der vier Zahlen auf jedem Strahl 34 betragen.

Gib mindestens eine Möglichkeit solcher Drehungen an! Eine Begründung wird nicht verlangt.

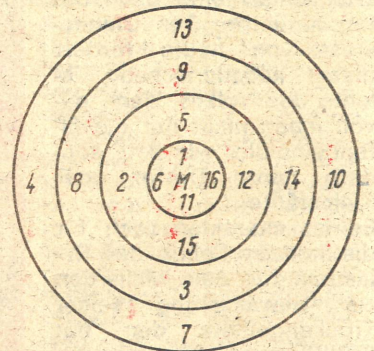


Abb. A 270611

270612

In jedes leere Feld des abgebildeten Quadrats (Abb. A 270612) ist eine der Zahlen 2, 3, 4, 5 einzutragen. Dabei soll in keiner Spalte oder Zeile eine dieser Zahlen mehrfach vorkommen. Ferner soll in keiner Spalte oder Zeile neben einer Zahl deren Nachfolger oder Vorgänger stehen.

Gib mindestens zwei solche Eintragungen an!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

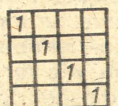


Abb. A 270612

(Hinweis: Es gibt sogar mehr als zwei solche Eintragungen.)