

XXV. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

2. Stufe (Kreisolympiade)

Lösungen und Punktbewertung

Olympiadeklasse 5

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die
1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

250521) Lösung: 8 Punkte

a) In einem (4×4) -Felderbrett sind insgesamt

$$16 + 9 + 4 + 1 = 30$$

Quadrate enthalten.

b) In einem (5×5) -Felderbrett sind insgesamt

$$25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$$

Quadrate enthalten.

c) In einem (8×8) -Felderbrett sind insgesamt

$$64 + 49 + 36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 204$$

Quadrate enthalten.

Hinweis zur Korrektur: Die angedeuteten Rechenwege werden vom
Schüler nicht verlangt.

250522) Lösung: 12 Punkte

Als ersten begrüßt Franz Freundlich denjenigen Kollegen, der als
erster nach 8.00 Uhr in Knobelhausen abgefahren ist; als letz-
ten denjenigen, der als letzter vor 12.00 Uhr in Knobelhausen
abfährt. Also begrüßt er alle diejenigen Kollegen, die zu einer
der folgenden Zeiten in Knobelhausen abfahren:

8.10, 8.25, 8.40, 8.55,

9.10, 9.25, 9.40, 9.55,

10.10, 10.25, 10.40, 10.55,

11.10, 11.25, 11.40, 11.55 Uhr

Das sind insgesamt 16 Kollegen.

L 5

250523) Lösung:

12 Punkte

a) Die folgenden Verteilungen erfüllen die Bedingungen (1) und (2):

0	3	0	1	2	1	2	1	2	3	0	3
3	3	2	2	1	1	0	0				
0	3	0	1	2	1	2	1	2	3	0	3

b) Für jede Verteilung der geforderten Art gilt: Wenn auf einer Ecke genau x Damesteine liegen, dann nach (1) auf jeder Ecke. Wenn ferner auf einer Seite außer den $2 \cdot x$ Damesteinen, die auf beiden Endpunkten liegen, noch genau y Damesteine vorhanden sind, dann gilt das nach (2) auf jeder Seite mit derselben Anzahl y .

Daher sind insgesamt $4 \cdot x + 4 \cdot y$ Damesteine verteilt, also ist

$$4 \cdot x + 4 \cdot y = 12,$$

$$4 \cdot (x + y) = 12,$$

$$x + y = 3.$$

Dies kann aber mit den Anzahlen x und y nur durch

$0 + 3 = 3$, $1 + 2 = 3$, $2 + 1 = 3$ oder $3 + 0 = 3$ erfüllt werden. Daher kann es nur die vier in a) genannten Verteilungen geben.

250524) Lösung:

8 Punkte

a)

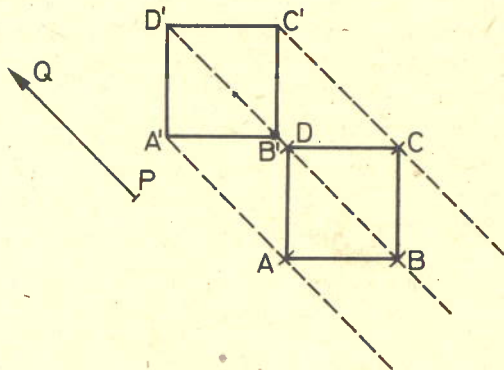


Abb. L 250524a

L 5

b)

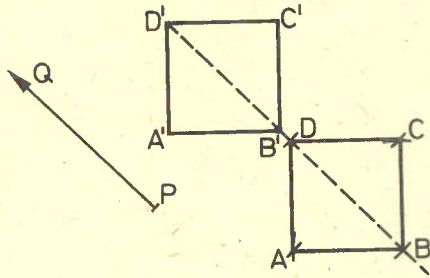


Abb. L 250524b

Empfehlung für die PunktverteilungOKL 5 Gesamtpunktzahl: 40

<u>250521</u>	<u>8 Punkte</u>
a)	2 Punkte
b)	3 Punkte
c)	3 Punkte
<u>250522</u>	<u>12 Punkte</u>
Erkennen, daß der erste Fahrer ab Knobelhausen nach 8.00 Uhr fährt	3 Punkte
Erkennen, daß der letzte Fahrer ab Knobelhausen vor 12.00 Uhr fährt	3 Punkte
Aufzählen der zutreffenden Abfahrtszeiten	4 Punkte
<u>250523</u>	<u>12 Punkte</u>
a) Angaben einer Verteilung 1 Punkt, zweier Verteilungen 2 Punkte, dreier Verteilungen 4 Punkte, aller Verteilungen	6 Punkte
b) Erkennen der Beziehung $4 \cdot x + 4 \cdot y = 12$	2 Punkte
Erkennen der Beziehung $x + y = 3$	2 Punkte
Angabe aller möglichen Belegungen von x und y	2 Punkte
<u>250524</u>	<u>8 Punkte</u>
a) Zeichnen des Quadrates A'B'C'D' und des Verschiebungspfeiles	1 Punkt
Konstruktion eines Punktes des Originals ABCD	2 Punkte
Konstruktion der restlichen Punkte	1 Punkt
b) wie bei a)	4 Punkte