

Achtung: Bis auf solche Fakten, die aus dem Schulunterricht oder den Arbeitsgemeinschaften bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen präzise formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

220831

Cathrin fragte an einem Tag des Jahres 1981 ihren Großvater nach seinem Geburtsjahr. Der Großvater, ein Freund von Knobelaufgaben, antwortete: "Ich bin älter als 65 Jahre, aber jünger als 100 Jahre. Die Jahreszahl meiner Geburt ist weder durch 2 noch durch 3 noch durch 5 teilbar. Der Rest, der bei der Division dieser Jahreszahl durch 60 entsteht, ist keine Primzahl."

Untersuche, ob diese Angaben insgesamt für ein Geburtsjahr zutreffen können und ob sie das Geburtsjahr eindeutig festlegen! Wie lautet dann das Geburtsjahr des Großvaters?

Hinweis: Die Jahreszahl soll vollständig angegeben werden, also z. B. nicht 11, sondern 1911.

220832

- a) Beweise, daß für $n = 2, 3, 4$ und 5 der folgende Satz gilt:
 Wenn q das arithmetische Mittel von n unmittelbar aufeinanderfolgenden ungeraden natürlichen Zahlen ist, dann ist q stets eine natürliche Zahl.
- b) Ermittle unter den Zahlen $n = 2, 3, 4, 5$ alle diejenigen, für die das in a) genannte Mittel q stets eine gerade Zahl ist!

220833

Konstruiere ein Trapez ABCD mit $AB \parallel DC$ und den folgenden Eigenschaften (1), (2), (3) aus $b = 6$ cm! Dabei sei b die Länge der Seite BC. Die geforderten Eigenschaften sind:

A 8;I

(1) Es gilt $\overline{AD} = \overline{BC}$.

(2) Es gilt $\overline{AB} : \overline{DC} = 2 : 1$.

(3) Die Kreise mit den Durchmessern AD und BC berühren einander. Beschreibe und begründe deine Konstruktion! Untersuche, ob durch die gegebene Länge b ein Trapez mit den genannten Eigenschaften bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist!

220834

Ein Hubschrauber startete um 4.30 Uhr in einer Stadt A und flog mit der Geschwindigkeit $250 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ zu einer Stadt B. Dort blieb er 30 Minuten und flog dann auf demselben Weg mit der Geschwindigkeit $200 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ nach A zurück, wo er an demselben Tag um 11.45 Uhr ankam.

Ermittle die Länge des Weges von A nach B!

220835

Der Zentriwinkel $\sphericalangle ASB$ eines Kreissektors s betrage 60° . In diesem Kreissektor sei derjenige Kreis k gezeichnet, der die Strecken AS , BS und den Bogen \widehat{AB} von innen berührt.

Wieviel Prozent vom Flächeninhalt des Kreissektors s beträgt der Flächeninhalt des Kreises k ?

220836

Es sei k ein Kreis mit dem Mittelpunkt M . Auf k seien Punkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge so gelegen, daß folgende Voraussetzungen erfüllt sind:

- (1) Die Sehnen AC und BD schneiden einander in einem von M verschiedenen Punkt S .
- (2) Derjenige Teilbogen von A nach B , der C und D nicht enthält, ist kleiner als ein Halbkreis.
- (3) Derjenige Teilbogen von C nach D , der A und B nicht enthält, ist kleiner als ein Halbkreis.

Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen stets

$$\sphericalangle ASD = \frac{1}{2} (\sphericalangle AMB + \sphericalangle CMD)$$

gilt!