

A 9

XX. Olympiade Junger Mathematiker
der Deutschen Demokratischen Republik
2. Stufe (Kreisolympiade)
Olympiadeklasse 9

Achtung: Bis auf solche Fakten, die aus dem Schulunterricht oder den Arbeitsgemeinschaften bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen präzise formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

200921

Ermitteln Sie die größte Primzahl p , für die ein Tripel (a, b, c) von natürlichen Zahlen a , b und c so existiert, daß

$$(a+p)(b+p)(c+p) = 1980$$

gilt!

Ermitteln Sie zu dieser Primzahl p alle verschiedenen zugehörigen Tripel (a, b, c) mit der genannten Eigenschaft!

200922

a) Nennen Sie zwei verschiedene ganze Zahlen x , die die Ungleichung

$$\frac{x+3}{x-1} < 0$$

erfüllen, und bestätigen Sie das Erfülltsein dieser Ungleichung für die von Ihnen genannten Zahlen!

b) Ermitteln Sie die Menge aller derjenigen reellen Zahlen x , die diese Ungleichung erfüllen!

200923

Von zwei Kreisen k_1 und k_2 seien die Radien r_1 bzw. r_2 gegeben, wobei $r_1 > r_2$ gelte. Weiterhin sei vorausgesetzt, daß sich beide Kreise von außen berühren, also genau eine gemeinsame innere Tangente besitzen. Diese innere Tangente schneide die eine gemeinsame äußere Tangente beider Kreise in P und die andere gemeinsame Tangente in Q .

A 9

Ermitteln Sie unter diesen Voraussetzungen aus r_1 und r_2 die Länge \overline{PQ} !

200924

a) Ermitteln Sie alle diejenigen natürlichen Zahlen $n \geq 3$, für die die folgende Aussage gilt!

"Jedes Prisma, das ein konvexes n -Eck als Grundfläche hat, hat genau $20n$ Diagonalen."

b) Ermitteln Sie für jedes Prisma, für das die in a) genannte Aussage gilt, die Anzahl der Flächendiagonalen und die der Raumdiagonalen!

Hinweis: Ein n -Eck heißt genau dann konvex, wenn jeder seiner Innenwinkel kleiner als 180° ist.