L 5

XX. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

2. Stufe (Kreisolympiade)

Lösungen und Punktbewertung

Olympiadeklasse 5

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die 1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

200521) Lösung: 8 Punkte

Wegen 6 + 13 = 19 und 19 - 2 = 17 erhielten die Geschwister im November zusammen 17 Mark, wegen 6 + 13 + 17 = 36 mithin insgesamt 36 Mark.

Wegen 36 : 3 = 12 betrug ihre Solidaritätsspende 12 Mark. Den gleichen Betrag legten sie in ihre Ferienkasse. Wegen 36 - 12 - 12 = 12 verblieben 12 Mark, davon erhielt jeder für sich die Hälfte, also jeder 6 Mark.

200522) Lösung: 12 Punkte

Die folgende Tabelle enthält alle Zusammenstellungen von 12 Geldscheinen, von denen jeder ein 10-Mark-Schein oder ein 20-Mark-Schein ist. Anschließend wird für jede dieser Zusammenstellungen der Gesamtwert ermittelt:

Anzahl der Scheine zu je		Wert der Scheine zu		
10 M	20 M	10 M	20 M	Gesamtwert
0	12	0 M	240 M	240 M
1	11	10 M	220 M	230 M
2	10	20 M	200 M	220 M
3	9	30 M	180 M	210 M
4	8	40 M	160 M	200 M
5	7	50 M	140 M	190 M
6	6	60 M	120 M	180 M
7	5	70 M	100 M	170 M
8	4	80 M	80 M	160 M
9	3	90 M	60 M	150 M
10	2	100 M	40 M	140 M
11	1	110 M	20 M	130 M
12	0	120 M	0 M	120 M

Daraus ist ersichtlich, daß genau für die Anzahlen 7 und 5 der 10-Mark-Scheine bzw. 20-Mark-Scheine der Gesamtwert 170 Mark entsteht.

<u>Zweiter Lösungsweg:</u> War x die Anzahl der 20-Mark-Scheine, so war 12 - x die Anzahl der 10-Mark-Scheine. Der in Mark ausgedrückte Wert der 20-Mark-Scheine betrug dann 20x, der der 10-Mark-Scheine 120 - 10x. Daher gilt

$$\begin{aligned} 20x + 120 - 10x &= 170, \\ 10x + 120 &= 170, \\ 10x &= 50, \\ x &= 5. \end{aligned}$$

Also war 5 die Anzahl der 20-Mark-Scheine, und wegen 12 - 5 = 7 war 7 die Anzahl der 10-Mark-Scheine.

<u>200523) Lösung:</u> <u>8 Punkte</u>

(I) Wenn die Bedingungen der Aufgabe erfüllt sind und dabei $\overline{AB}$ = x cm gilt, dann folgt aus (2) $\overline{BC}$ = (x+3) cm, also

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = x \text{ cm} + (x+3) \text{ cm} = (2x+3) \text{ cm}.$$

Wegen (3) gilt dann

$$\overline{CD} = 2\overline{AC} = 2(2x+3) \text{ cm} = (4x+6) \text{ cm}$$

und damit

$$\overline{AD} = \overline{AC} + \overline{CD} + (2x+3) \text{ cm} + (4x+6) \text{ cm} = (6x+9) \text{ cm}.$$

Wegen (1) folgt nun

$$\begin{aligned} 6x + 9 &= 15, \text{ also} \\ 6x &= 6 \text{ und mithin} \\ x &= 1. \end{aligned}$$

Daher können die gestellten Bedingungen nur dann erfüllt werden, wenn <u>$\overline{AB}$ = 1 cm</u> und folglich (wegen (2) und (3)) <u>$\overline{BC}$ = 4 cm</u> und <u>$\overline{CD}$ = 10 cm</u> gilt.

(II) Daß durch diese Längenangaben die gestellten Bedingungen tatsächlich erfüllt werden, zeigt folgende Probe:
Wegen $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}$ = 1 cm + 4 cm + 10 cm = 15 cm ist Bedingung (1) erfüllt.
Die Strecke BC ist um 3 cm länger als die Strecke AB, also ist auch Bedingung (2) erfüllt.
Wegen $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$ = 5 cm ist die Strecke CD doppelt so lang wie die Strecke AC, und somit ist auch Bedingung (3) erfüllt.

<u>Hinweis zur Korrektur:</u> Es wird nicht verlangt, daß die Schüler die Probe so ausführlich darstellen, wie dies in (II) geschehen

ist, d. h., daß sie die Rechnungen explizit hinschreiben. Die für (II) vorgesehenen Punkte dürfen jedoch nur gegeben werden, wenn erkennbar nachgeprüft wurde, daß die ermittelten Längenangaben die Bedingungen erfüllen.

200524) Lösung: 12 Punkte

Wegen (1) ist Herr Meyer weder der Physiklehrer noch der Mathematiklehrer, also muß er der Deutschlehrer sein. Wegen (2) heißt er Kurt mit Vornahmen, und wegen (3) wohnt er in Suhl.
Wegen (1) und (2) ist Herr Peters der Physiklehrer und hat nicht den Vornamen Kurt. Wegen (3) heißt er auch nicht Karl; also heißt er Otmar mit Vornamen. In Suhl kann er nicht wohnen; denn dies trifft ja für Herrn Meyer zu. In Leipzig kann er auch nicht wohnen, denn dies trifft wegen (1) für den Mathematiklehrer zu. Also wohnt er in Schwerin.
Folglich verbleibt für Herrn Siewert nur die Möglichkeit, daß er der Mathematiklehrer ist, in Leipzig wohnt und mit Vornamen Karl heißt.

Empfehlung für die Punktverteilung

OKL 5 Gesamtpunktzahl: 40

200521

Ermitteln des Gesamterlöses für die abgelieferten Altstoffe	4 Punkte
Ermitteln der anderen Teilergebnisse sowie des persönlichen Betrages	4 Punkte
	8 Punkte

200522

Vollständige Untersuchung der Möglichkeiten (schriftliche Überlegungen bzw. Tabellenform)	10 Punkte
Richtiges Endergebnis	2 Punkte
	12 Punkte

200523

Berechnung der Strecken AB, BC, CD (je 2 Punkte)	6 Punkte
Prüfen, ob Längenangaben die Bedingungen erfüllen	2 Punkte
	8 Punkte

200524 12 Punkte