

XVIII. Olympiade Junger Mathematiker
der Deutschen Demokratischen Republik
2. Stufe (Kreisolympiade)
Olympiadeklasse 9

Achtung: Bis auf solche Fakten, die aus dem Schulunterricht oder den Arbeitsgemeinschaften bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen präzise formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

180921

Eine Familie fährt mit der Straßenbahn. Der Vater zieht an der Zahlbox vier Fahrscheine, die durch sechsstelligen Zahlen fortlaufend nummeriert sind.

Der jüngste Sohn meint: "Gleichgültig, wie die erste der vier Zahlen lautet, eine unter diesen Zahlen muß eine durch 4 teilbare Quersumme haben." Der ältere Sohn behauptet dagegen, daß unter vier aufeinanderfolgenden sechsstelligen Zahlen nicht notwendig eine Zahl vorkommen muß, deren Quersumme durch 4 teilbar ist.

Wer von beiden hat recht?

180922

In einer Wiederholungsstunde über Zahlbereiche werden u. a. folgende Aussagen gemacht:

- (1) Das Produkt zweier verschiedener irrationaler Zahlen ist stets wieder eine irrationale Zahl.
- (2) Die Summe zweier verschiedener irrationaler Zahlen ist stets wieder eine irrationale Zahl.
- (3) Die Summe einer rationalen und einer irrationalen Zahl ist stets eine irrationale Zahl.

Man entscheide von jeder dieser Aussagen, ob sie wahr oder falsch ist!

A 9

180923

Von einem rechtwinkligem Dreieck ABC mit dem rechten Winkel bei B und $\sphericalangle BAC = 60^\circ$ ist die Länge r des Umkreisradius gegeben.

Berechnen Sie Umfang und Flächeninhalt dieses Dreiecks sowie die Länge der auf seiner Hypotenuse senkrecht stehenden Höhe!

180924

Man ermittle alle dreistelligen natürlichen Zahlen z, die die folgenden Eigenschaften (1) bis (4) haben:

- (1) z ist eine Primzahl.
- (2) Jede Ziffer von z stellt eine Primzahl dar.
- (3) Die Quersumme z' von z ist eine zweistellige Primzahl.
- (4) Die Quersumme z'' von z' ist eine Primzahl.