

XVIII. Olympiade Junger Mathematiker  
der Deutschen Demokratischen Republik  
2. Stufe (Kreisolympiade)  
Olympiadeklasse 6

Achtung: Bis auf solche Fakten, die aus dem Schulunterricht oder den Arbeitsgemeinschaften bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen präzise formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

180621

a) Die Multispektralkamera MKF-6 von Sojus 22 fotografierte bei jeder Aufnahme ein rechteckiges Gebiet von 115 km Breite und 165 km Länge.

Berechne den Flächeninhalt eines solchen Gebietes!

b) Während der 83. Erdumkreisung am 20. September 1976 überflog Sojus 22 die DDR in Richtung von Eisenach nach Pasewalk. Auf einer Landkarte im Maßstab 1 : 700 000 hat die dabei überflogene Strecke eine Länge von 65 cm.

Wie lang ist diese Strecke in Wirklichkeit? (Angabe in km)  
(Rechnung ohne Berücksichtigung der Erdkrümmung)

180622

Ermittle alle zweistelligen Zahlen  $z$ , die die folgenden Bedingungen (1), (2) gleichzeitig erfüllen:

- (1) Die Einerziffer von  $z$  ist um 1 kleiner als die Zehnerziffer von  $z$ .
- (2) Vertauscht man die Ziffern von  $z$  miteinander, so erhält man eine zweistellige Primzahl.

A 6

180623

In einer Verkaufsstelle wird ein Artikel in drei verschiedenen Ausführungen angeboten, wobei die Ausführungen unterschiedlich im Preis sind.

Beate kauft von jeder Ausführung dieses Artikels ein Stück und bezahlt insgesamt 10,50 M. Hätte sie drei Stück von der billigsten Ausführung gekauft, dann hätte sie 0,75 M gespart. Hätte sie dagegen drei Stück von der teuersten Ausführung gekauft, dann hätte sie 0,75 M mehr bezahlen müssen.

Wieviel kostet jede der drei Ausführungen dieses Artikels?

180624

Die abgebildete schraffierte Fläche ist  $38 \text{ cm}^2$  groß.

Sie ist aus einer quadratischen Fläche entstanden, von der zwei (gleich große) dreieckige Flächen abgeschnitten wurden.

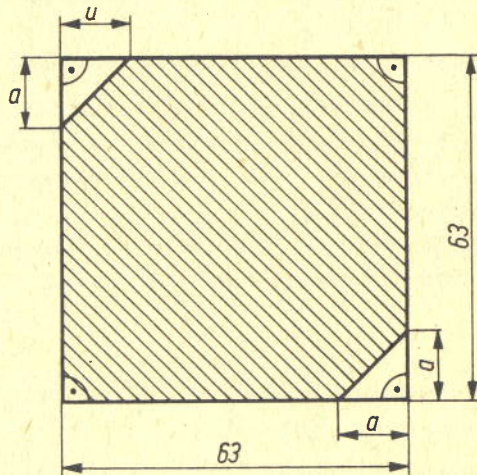


Abb. A 624

Aus den in der Abbildung angegebenen Maßen (in mm) ist die Seitenlänge  $a$  der Dreiecke (in mm) zu berechnen.

## XVIII. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

## 2. Stufe (Kreisolympiade)

Lösungen und Punktbewertung

## Olympiadeklasse 6

**Achtung:** Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die  
1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

180621) Lösung:10 Punkte

- a) Wegen  $115 \cdot 165 = 18975$  beträgt der Flächeninhalt eines solchen Gebietes  $18\,975 \text{ km}^2$ .
- b) Wegen  $700\,000 \cdot 65 = 45\,500\,000$  ist die Strecke in Wirklichkeit  $45\,500\,000 \text{ cm} = 455 \text{ km}$  lang.

180622) Lösung:10 Punkte

Wenn  $z$  eine Zahl mit den geforderten Eigenschaften ist, so hat  $z$  nach (2) nicht 0 als Einerziffer, also ist die Einerziffer eine der Ziffern 1, ..., 9. Da nach (1) die Zehnerziffer um 1 größer ist, entfällt 9 als Einerziffer und es verbleiben wegen (1) für die zweistelligen Zahlen  $z$  nur die Möglichkeiten 21, 32, 43, 54, 65, 76, 87, 98.

Von ihnen entfallen 21, 43, 65 und 87, da aus ihnen bei Ziffernvertauschung je eine gerade zweistellige Zahl, also keine Primzahl, entsteht. Ferner entfällt die Zahl 54, aus der die durch 5 teilbare zweistellige Zahl 45 entsteht. Daher können nur die Zahlen 32, 76 und 98 alle Bedingungen der Aufgabe erfüllen. Tatsächlich sind sie zweistellig und erfüllen (1), und sie erfüllen auch (2), da 23, 67 und 89 zweistellige Primzahlen sind. Die gesuchten Zahlen lauten folglich 32, 76 und 98.

Hinweis zur Korrektur: Ein Nachweis, daß 67 und 89 Primzahlen sind, wird vom Schüler nicht gefordert. Falls ein Schüler alle 21 zweistelligen systematisch untersucht, ob sie die genannten Bedingungen erfüllen, dann gilt das als Lösung.

L 6

180623) Lösung:

8 Punkte

Wegen  $1050 - 75 = 975$  und  $975 : 3 = 325$  kostet die billigste Ausführung des Artikels 3,25 M.

Wegen  $1050 + 75 = 1125$  und  $1125 : 3 = 375$  kostet die teuerste Ausführung des Artikels 3,75 M.

Wegen  $1050 - 325 - 375 = 350$  kostet die dritte Sorte 3,50 M.

180624) Lösung:

12 Punkte

Wegen  $63^2 = 3969$  hat das abgebildete Quadrat den Flächeninhalt  $3969 \text{ mm}^2$ . Wegen  $38 \text{ cm}^2 = 3800 \text{ mm}^2$  und  $3969 - 3800 = 169$  haben die beiden Dreieckflächen zusammen den Flächeninhalt  $169 \text{ mm}^2$ .

Da die beiden Dreiecke gleich groß und rechtwinklig-gleichschenkelig sind, ergänzen sie sich zu einem Quadrat. Dieses Quadrat hat einen Flächeninhalt von  $169 \text{ mm}^2$  und daher die Seitenlänge  $a = 13 \text{ mm}$ . Die Seitenlänge  $a$  der genannten Dreiecke beträgt  $13 \text{ mm}$ .

Empfehlung für die Punktverteilung

OKL 6

Gesamtpunktzahl: 40

180621

Zwischenergebnis a	5 Punkte
Zwischenergebnis b	<u>5 Punkte</u>
	10 Punkte

180622

Erkennen der Möglichkeiten 21,32,...,98	3 Punkte
Ausschließen von 21,43,65,87	3 Punkte
Ausschließen von 54	2 Punkte
Erkennen der gesuchten Zahlen 32,76,98	<u>2 Punkte</u>
	10 Punkte

180623

Preis 3,25 M	3 Punkte
Preis 3,75 M	3 Punkte
Preis 3,50 M	<u>2 Punkte</u>
	8 Punkte

180624

Flächeninhalt des Quadrats	3 Punkte
Erkennen, daß die beiden Dreiecke ein Quadrat ergeben	3 Punkte
Flächeninhalt des Quadrats (169 mm <sup>2</sup> )	3 Punkte
richtiges Endergebnis	<u>3 Punkte</u>
	12 Punkte