

XVII. Olympiade Junger Mathematiker
der Deutschen Demokratischen Republik
2. Stufe (Kreisolympiade)
Olympiadeklasse 6

Achtung: Bis auf solche Fakten, die aus dem Schulunterricht oder den Arbeitsgemeinschaften bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen präzise formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

170621

Eine Expedition von Wissenschaftlern legte am ersten Tag ein Drittel der geplanten Gesamtstrecke, am zweiten Tag 150 km und am dritten Tag noch einmal ein Viertel der Gesamtstrecke zurück und erreichte damit den Zielort.

Wie lang war die von der Expedition zurückgelegte Strecke?

170622

Bei einem Schulsportfest bestritten Christa, Doris, Elke, Franziska und Gitta den 60-m-Endlauf. Auf die Frage, welche Plätze diese fünf Schülerinnen beim Einlauf ins Ziel belegen würden, machten einige der zuschauenden Klassenkameraden folgende Voraussagen:

- (1) Christa wird nicht unmittelbar vor Elke ins Ziel kommen.
- (2) Elke wird entweder als Vorletzte einlaufen oder sogar einen noch besseren Platz belegen.
- (3) Es ist nicht wahr, daß Doris nicht schneller als Gitta laufen wird.
- (4) Franziska wird einen anderen als den dritten Platz belegen.

Als der Endlauf vorbei war, wurde festgestellt, daß die fünf Schülerinnen sämtlich verschiedene Zeiten gelaufen waren und daß alle vier Voraussagen über den Einlauf falsch waren.

Wie lautet nach diesen Angaben die tatsächliche Reihenfolge des Einlaufs?

A 6

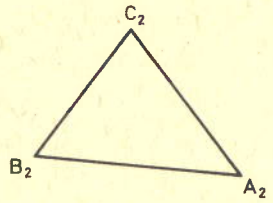
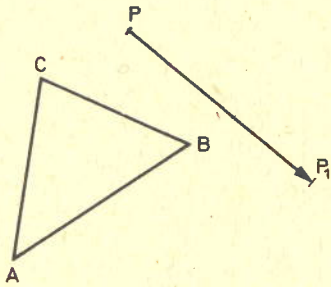
170623

In der Dreherei eines Betriebes dreht man Einzelteile aus Bleirohlingen. Jeder Bleirohling ergibt ein Einzelteil. Die Abfallspäne, die man bei der Anfertigung von je 6 Einzelteilen erhält, kann man schmelzen und daraus noch einen Bleirohling anfertigen. (Jede kleinere Menge von Abfallspänen ist hierfür zu wenig.)

Welches ist die größte Anzahl von Einzelteilen, die man hiernach insgesamt aus 36 Rohlingen anfertigen kann?

170624

Auf dem beiliegenden Arbeitsblatt sind ein Dreieck ABC , ein Verschiebungspfeil \overline{PP}_1 sowie ein Dreieck $A_2B_2C_2$ abgebildet. Gesucht ist eine Gerade g mit folgender Eigenschaft: Wendet man auf das Dreieck ABC zuerst die Verschiebung \overline{PP}_1 und dann die Spiegelung an der Geraden g an, so entsteht das Dreieck $A_2B_2C_2$.
Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal eine Gerade g mit dieser Eigenschaft! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.



XVII. Olympiade Junger Mathematiker der DDR
 2. Stufe (Kreisolympiade)
Lösungen und Punktbewertung
 Olympiadeklasse 6

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die
 1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

170621) Lösung:

8 Punkte

Am ersten Tag legte man $\frac{1}{3}$ und am dritten Tag $\frac{1}{4}$ der Gesamtstrecke zurück. Damit wurde wegen $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ an diesen beiden Tagen $\frac{7}{12}$ der gesamten Strecke bewältigt.

Die restlichen 150 km sind also genau $\frac{5}{12}$ der Gesamtstrecke.
 Wegen $150 : 5 = 30$ sind folglich 30 km genau $\frac{1}{12}$ der Gesamtstrecke;
 diese beträgt demnach $12 \cdot 30 \text{ km} = 360 \text{ km}$.

170622) Lösung:

12 Punkte

Da (2) falsch ist, belegte Elke weder den vorletzten noch einen besseren Platz, sie wurde also Fünfte. Da (1) falsch ist, kam Christa unmittelbar vor Elke ins Ziel und wurde daher Vierte. Da (4) falsch ist, belegte Franziska den dritten Platz. Folglich verblieben der erste und zweite Platz für Doris und Gitta. Da (3) falsch ist, lief Doris nicht schneller als Gitta. Da ihre Zeit ferner nicht dieselbe war wie die Gittas, belegte sie folglich den zweiten Platz und Gitta den ersten.

Die tatsächliche Reihenfolge des Einlaufs lautete mithin:
 Gitta, Doris, Franziska, Christa, Elke.

170623) Lösung:

10 Punkte

Aus 36 Rohlingen ergeben sich zunächst 36 Einzelteile; die Abfallspäne von je 6 Rohlingen ergeben dann noch einen Rohling, d. h. aus den Abfallspänen von 36 Rohlingen kann man 6 neue Rohlinge anfertigen. Aus ihnen lassen sich noch einmal 6 Einzelteile herstellen. Die dabei anfallenden Späne ergeben einen weiteren Rohling. Fertigt man aus ihm wieder ein Einzelteil an, so fallen zwar wieder Späne an, diese lassen sich aber nicht mehr (nach Einschmelzen) zur Herstellung eines weiteren Rohlings verwenden. Also beträgt die gesuchte Anzahl von Einzelteilen $36 + 6 + 1 = 43$.

L 6

170624) Lösung:

10 Punkte

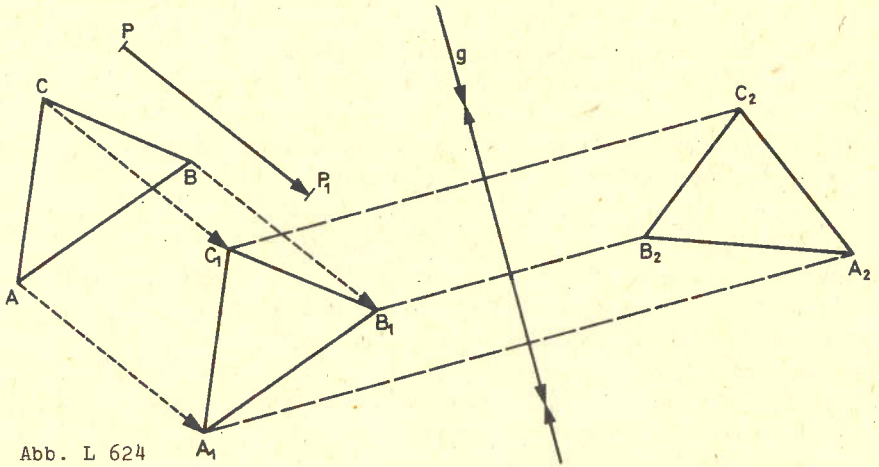


Abb. L 624