Bezirksolympiade

1. Es sind drei aufeinanderfolgende ungerade natürliche Zahlen zu ermitteln, bei denen die Summe ihrer Quadrate eine vierstellige Zahl ist, die aus vier gleichen Ziffern besteht.

2. Von einem Dreieck ABC seien die Seitenlänge $\overline{BC} = a$ und die Höhenlänge $\overline{AD} = h_a$ bekannt. Eine Gerade g verläuft so, daß BC auf g liegt.

Berechnen Sie das Volumen V des Körpers, der durch Rotation der Dreiecksfläche um die Gerade g beschrieben wird!

3. Über eine Zahl x werden die folgenden vier Paare (A_1, A_2), (B_1, B_2), (C_1, C_2), (D_1, D_2) von Aussagen gemacht, von denen jeweils genau eine wahr und genau eine falsch ist.

Untersuchen Sie, ob es eine Zahl x gibt, die dieser Forderung genügt! Ermitteln Sie, wenn das der Fall ist, jede solche Zahl x!

A_1) Es gibt außer x keine Zahl, die der Forderung dieser Aufgabe genügt.

A_2) x ist eine natürliche Zahl, in deren (dekadischer) Darstellung eine Ziffer zweimal auftritt.

B_1) x-5 ist eine ganze, durch 6 teilbare Zahl.

B_2) x+1 ist eine ganze, durch 12 teilbare Zahl.

C_1) x ist eine natürliche Zahl, deren (dekadische) Darstellung mit der Ziffer 3 beginnt.

C_2) x ist die Zahl 389.

D_1) x ist eine dreistellige Primzahl mit $300 < x < 399$, also eine der Zahlen 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397.

D_2) x ist eine natürliche Zahl, die aus drei gleichen Ziffern besteht.

XV. Olympiade Junger Mathematiker der DDR
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Olympiadeklasse 9 - 2. Tag -

150934

Man ermittle alle Möglichkeiten, die Zahl 60 als Summe von mindestens zwei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen darzustellen.

150935

Beweisen Sie den folgenden Satz:

In jedem Dreieck teilt die Halbierende jedes Innenwinkels die gegenüberliegende Seite im Verhältnis der beiden anliegenden Seiten.

150936

Beweisen Sie, daß für alle Tripel (a, b, c) positiver reeller Zahlen mit $abc = 1$ die Ungleichung $(1 + a)(1 + b)(1 + c) \geq 8$ gilt!
Wann gilt das Gleichheitszeichen?