L 5 XIV. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

2. Stufe (Kreisolympiade)

Lösungen und Punktbewertung

Olympiadeklasse 5

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die 1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

521) **Lösung:** **10 Punkte**

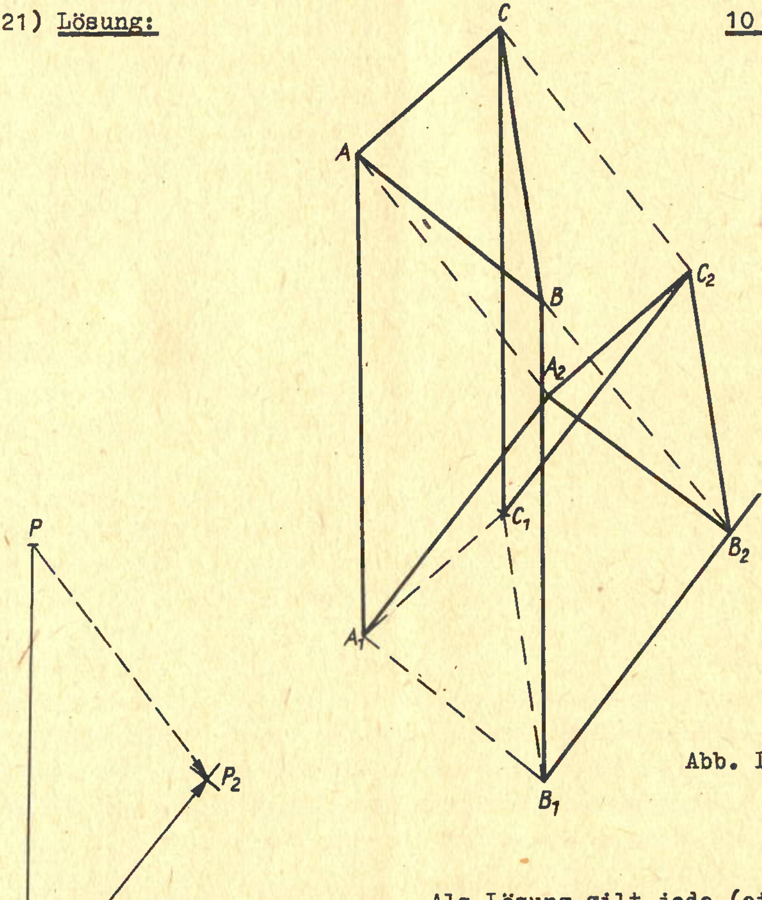

Abb. L 521

Als Lösung gilt jede (einwandfreie) Zeichnung, in der (1. Lösungsweg) für mindestens einen der Punkte A, B, C sein Bild A_1, B_1 bzw. C_1 bei der Verschiebung $\overrightarrow{PP_1}$ und dann gleichsinnig parallel und gleichlang zu $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\overrightarrow{B_1B_2}$ bzw. $\overrightarrow{C_1C_2}$ der gesuchte Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_2}$ oder (2. Lösungsweg) gleichsinnig parallel und gleichlang zu einem der Verschiebungspfeile $\overrightarrow{AA_2}$, $\overrightarrow{BB_2}$ bzw. $\overrightarrow{CC_2}$ der Verschiebungspfeil PP_2 und dann durch Verbindung von P_1 mit P_2 der gesuchte Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_2}$ konstruiert wurde.

522) Lösung: 9 Punkte

Anita und Peter bezahlten für die 4 Flaschen Brause wegen $4 \cdot 15 = 60$ insgesamt 60 Pfennige mehr, als sie für 4 Flaschen Selters bezahlt hätten. Für diese 60 Pfennig hätten sie genau $7 - 4 = 3$ Flaschen Selterswasser kaufen können. Wegen $60 : 3 = 20$ kostete mithin jede Flasche Selterswasser 20 Pfennig, und folglich jede Flasche Brause 35 Pfennig. Wegen $4 \cdot 35 = 7 \cdot 20 = 140$ kosteten die 4 Flaschen Brause 1,40 Mark.

523) Lösung: 9 Punkte

Laut Aufgabe legte der Zug, während Uwe schlief, eine Strecke zurück, die doppelt so lang wie 25 km war, also 50 km betrug.
Vom Zeitpunkt des Einschlafens an bis zum Reiseziel mußte wegen $50 + 25 = 75$ Uwe folglich 75 km fahren. Das war laut Aufgabe die Hälfte der Länge seiner Reisestrecke. Daher war diese Reisestrecke 150 km lang.

524) Lösung: 12 Punkte

Laut Aufgabe wurden wegen $14 \cdot 6 = 84$ in diesem Turnier insgesamt 84 Spiele ausgetragen. Diese Anzahl setzt sich additiv zusammen aus der Anzahl der Spiele, die die Mädchen gegeneinander durchführten, und der Anzahl der Spiele, an denen die Jungen beteiligt waren.

Bei n Spielern, von denen jeder gegen jeden $(n-1)$ der anderen Spieler genau zwei Spiele austrägt, beträgt die Anzahl aller Spiele $n(n-1)$. Damit läßt sich folgende Tabelle aufstellen:

L 5

Anzahl der Spieler	Anzahl der Spiele	Ergänzung zu 84
2	2	82
3	6	78
4	12	72
5	20	64
6	30	54
7	42	42
8	56	28
9	72	12
$\geqq$ 10	$\geqq$ 90	-

Da laut Aufgabe 84 Spiele insgesamt durchgeführt wurden, kann die Anzahl der teilnehmenden Jungen bzw. die der Mädchen nicht größer als 9 gewesen sein. Als Summanden können nur die in der Tabelle ermittelten Zahlen auftreten, und zwar müssen es genau zwei Summanden der Form $n(n-1)$ sein, deren Summe 84 beträgt. Das ist, wie ein Vergleich der Zahlen der zweiten und dritten Spalte der Tabelle zeigt, nur für $42 + 42 = 84$ und $12 + 72 = 84$ möglich. Da die Anzahl der teilnehmenden Jungen größer war als die der Mädchen, kann die gesuchte Lösung nur lauten:
Es nahmen 4 Mädchen und 9 Jungen an dem in der Aufgabe erwähnten Turnier teil.