XIV. Olympiade Junger Mathematiker

der Deutschen Demokratischen Republik
I. Stufe (Schulolympiade)

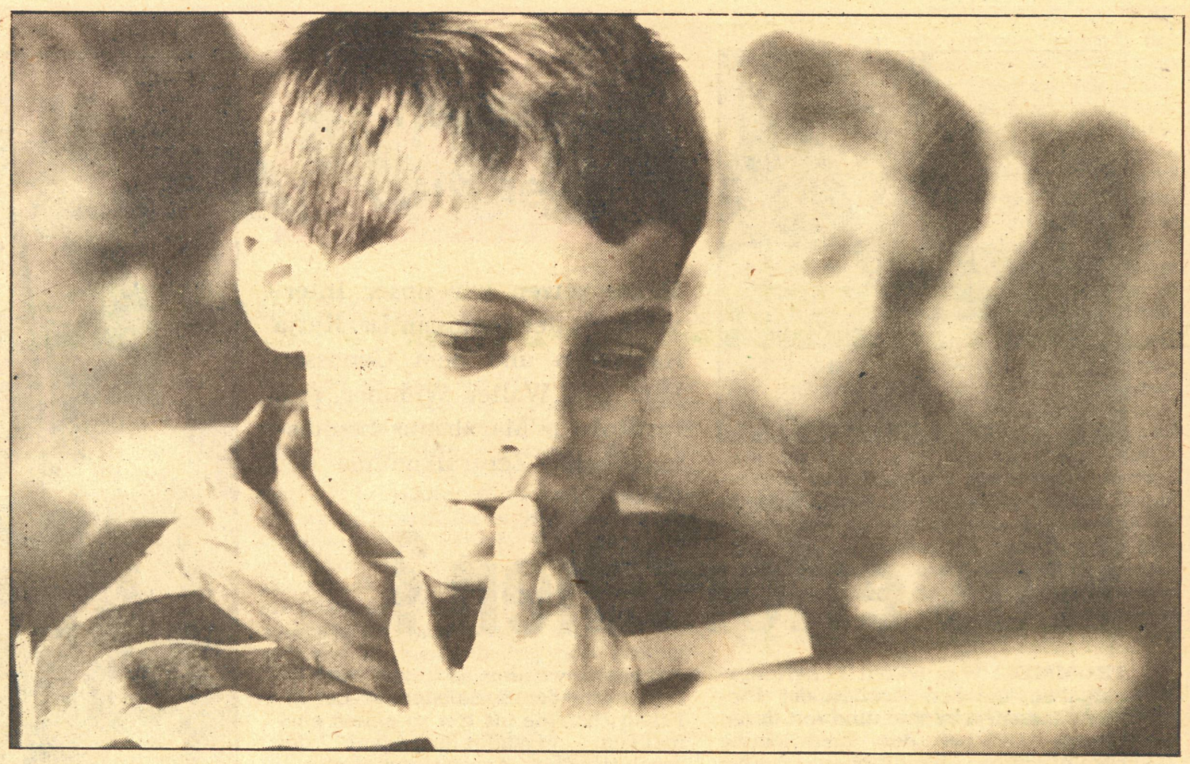

Foto: JW

ACHTUNG!
Alle Aussagen sind stets zu beweisen. Dies bedeutet insbesondere, daß die in einer Lösung unbewiesen verwendeten Sachverhalte anzugeben sind. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen gut lesbar darzulegen.

Die Lösungen sowie die Punktbewertungstabellen werden in der TROMMEL Nr. 42 veröffentlicht.

Olympiadeklasse 5

511) Ermittle die natürlichen Zahlen a, b, c, d, e, von denen folgendes bekannt ist:
(1) a ist die Hälfte von b.
(2) b ist die Summe von c und d.
(3) c ist die Differenz von d und e.
(4) d ist das Dreifache von e.
(5) e ist der vierte Teil von 56.

512) Ein Quader von der Länge a = 1,50 m, der Breite b und der Höhe c hat eine Grundfläche von 12 600 cm^2 und ein Volumen von 1 323 dm^3.
Ermittle b und c (in Zentimetern)!

513) Die Schüler Lutz, Dora, Erich, Nina, Bernd und Manja beteiligten sich an der Kreisolympiade Junger Mathematiker. Dabei erzielte Bernd mehr Punkte als Erich, Lutz bekam zwar mehr Punkte als Dora, aber weniger als Erich. Nina erhielt eine kleinere Punktzahl als Dora. Manjas Punktzahl war größer als die Punktzahl Bernds.
Ermittle die Reihenfolge der Punktzahlen der genannten Schüler; schreibe sie mit der größten beginnend auf!

514) Einige Schüler einer Klasse 5 trugen ein Schachturnier aus. Jeder Teilnehmer spielte gegen jeden anderen genau zwei Partien. Insgesamt wurden an 24 Tagen je 3 Partien ausgetragen. Ermittle die Anzahl der Teilnehmer an diesem Turnier!

Olympiadeklasse 6

611) In der abgebildeten Tabelle (Abb. A 611) sind statt der Buchstaben a, b, c, d, e Zweierpotenzen so einzutragen, daß die aus den drei Zweierpotenzen jeder Zeile, jeder Spalte und jeder Diagonalen gebildeten Produkte jeweils einander gleich sind.
Beweise, daß es genau eine Möglichkeit für eine derartige Eintragung gibt, und nenne diese Eintragung!

2^6	2^2	2^7
e	b	2^4
d	c	a

Abb. A 611

612) Bernd und Monika unterhalten sich über die letzte Zusammenkunft ihrer Arbeitsgemeinschaft Junger Mathematiker, bei der genau 6 Jungen mehr anwesend waren als Mädchen. Bernd meint, daß bei dieser Veranstaltung von den 25 Zirkelteilnehmern genau 2 gefehlt hätten. Monika entgegnet nach einigem Überlegen, daß das nicht stimmen könne.
Wer von beiden hat recht?

613) Ein Radfahrer fuhr mit gleichbleibender Geschwindigkeit auf einer Straße von A nach B. Er startete in A um 6.00 Uhr und legte in jeder Stunde 12 km zurück. Ein zweiter Radfahrer, der denselben Weg von A nach B ebenfalls mit gleichbleibender Geschwindigkeit fuhr, startete am selben Tag um 7.00 Uhr in A und legte in jeder Stunde 15 km zurück. Er traf mit dem ersten Radfahrer zur gleichen Zeit in B ein.
a) Um wieviel Uhr holte der zweite Radfahrer den ersten ein?
b) Wie lang ist der Weg von A nach B?

614) Jemand schreibt 3✱6✱5 und möchte dann die Sternchen ✱ so durch Ziffern ersetzen, daß eine fünfstellige durch 75 teilbare Zahl entsteht.
Ermittle alle fünfstelligen durch 75 teilbaren Zahlen, die unter diesen Bedingungen entstehen können!

Olympiadeklasse 7

711) Klaus behauptet, er habe in seiner Geldtasche genau 17 Münzen mit einem Gesamtwert von 34 Pfennig.
Ermittle alle Möglichkeiten dafür, welche Anzahlen der Münzen einer jeden Sorte Klaus hiernach besitzen kann!
Es sei dabei vorausgesetzt, daß nur Münzen der zur Zeit gültigen Währung der DDR in Betracht kommen.

712) Auf einer horizontalen Ebene steht ein oben offener quaderförmiger Kasten mit den inneren Grundkastenlängen 5 cm und 4 cm, der bis zu einer Höhe von 7 cm mit einer Flüssigkeit gefüllt ist. Über dem Flüssigkeitsspiegel befindet sich ein Würfel mit 2 cm Kastenlänge derart, daß seine untere Fläche den Flüssigkeitsspiegel berührt. Dabei werde der Flüssigkeitsspiegel stets als horizontale Ebene angenommen und es werde vorausgesetzt, daß eine Würfelfläche stets parallel zum Flüssigkeitsspiegel ist. Ferner soll die Adhäsion nicht berücksichtigt werden. Der Würfel wird nun soweit gesenkt, bis seine Deckfläche mit dem Flüssigkeitsspiegel in derselben Ebene liegt.
Ermittle, um wieviel Zentimeter er zu diesem Zweck insgesamt gesenkt werden muß!

713) Konstruiere ein Dreieck ABC aus r = 3,2 cm, a = 5,6 cm und h_a = 4,4 cm!
Dabei sei r die Länge des Umkreisradius, a die Länge der Seite BC und h_a die Länge der zur Seite BC gehörenden Höhe des Dreiecks.
Beschreibe und begründe deine Konstruktion! Stelle fest, ob durch die gegebenen Stücke ein Dreieck bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist, wobei die anzufertigende Zeichnung mit verwendet werden darf!

714) Beweise folgende Sätze:
a) Wenn S der Schnittpunkt der drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks ABC ist, dann haben die Dreiecke ABS, BCS und CAS den gleichen Flächeninhalt.

b) Wenn S ein Punkt im Innern eines Dreiecks ABC ist, für den die Dreiecke ABS, BCS und CAS den gleichen Flächeninhalt haben, dann ist S der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden des Dreiecks ABC.