

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen. Dies bedeutet insbesondere, daß die in einer Lösung unbewiesen verwendeten Sachverhalte anzugeben sind. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnung, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

- 621) Auf dem beiliegenden Arbeitsblatt ist das abgebildete Dreieck  $\triangle ABC$  um den Drehpunkt S um den Drehwinkel  $\star (a, b)$  im dort angegebenen Drehsinn zu drehen.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal auf dem Arbeitsblatt das dadurch entstehende Dreieck  $\triangle A'B'C'$  ! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.

- 622) An 11 Werk tätige eines volkseigenen Betriebes wurden für insgesamt 2 650 M Prämien in Höhe von 150 M, 250 M, 350 M, 400 M und 500 M vergeben, wobei jede Prämienstufe mindestens einmal vorkam. Ermittle die Anzahl aller Werk tätigen, die mit je 150 M ausgezeichnet wurden!

623) Nach einer Solidaritätssammlung für Vietnam verglichen die Thälmann-Pioniere Rita, Werner, Margot, Beate und Jan ihre Sammelergebnisse. Dabei stellten sie fest:

- (1) Beate hatte mehr als Jan, jedoch weniger als Werner gesammelt.
- (2) Rita sammelte 13 M, das war weniger, als Jan gesammelt hatte.
- (3) Beates Sammelergebnis war um 4 M höher als das Ergebnis Ritas.
- (4) Margot sammelte zwar 2 M weniger als Werner, aber 1 M mehr als Jan.
- (5) Zwei Pioniere erzielten das gleiche Sammelergebnis.

Stelle fest, welches Sammelergebnis jeder der fünf Pioniere erzielt hatte.

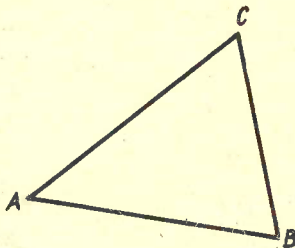
624) Manfred berichtete im Zirkel Junger Mathematiker von einem Besuch des Rostocker Überseehafens:

"Ich habe dort insgesamt 21 Schiffe aus fünf verschiedenen Ländern gesehen. Die Anzahl der Schiffe aus der DDR war halb so groß wie die aller im Hafen liegenden ausländischen Schiffe. Diese kamen aus der Sowjetunion, der bulgarischen Volksrepublik, aus Finnland sowie aus Indien. Dabei war die Anzahl der sowjetischen Schiffe um zwei größer als die der bulgarischen, diese wieder um eins größer als die der finnischen, diese schließlich um zwei größer als die der indischen Schiffe."

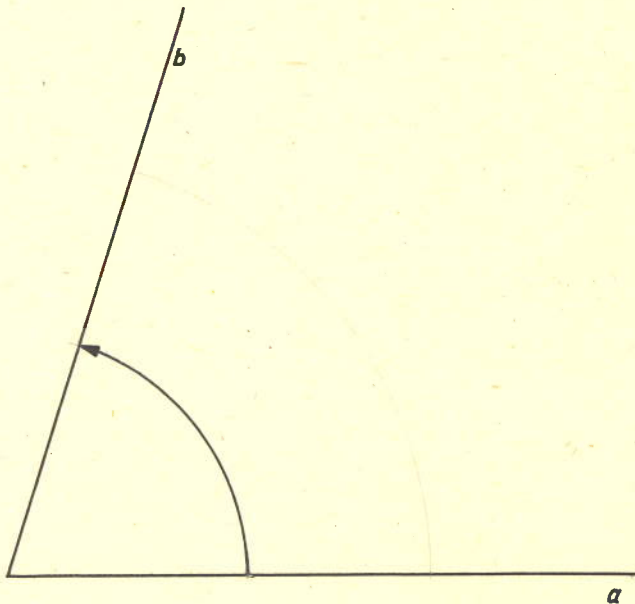
Ermittle die Anzahl der Schiffe aus der DDR, aus der Sowjetunion, der Bulgarischen Volksrepublik, aus Finnland und aus Indien, die Manfred in Rostock gesehen hat!

A 6

621) Arbeitsblatt:



$\odot S'$



L 6

XII. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

2. Stufe (Kreisolympiade)

Lösungen und Punktbewertung

Olympiadeklasse 6

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die  
1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

621) Lösung

8 Punkte

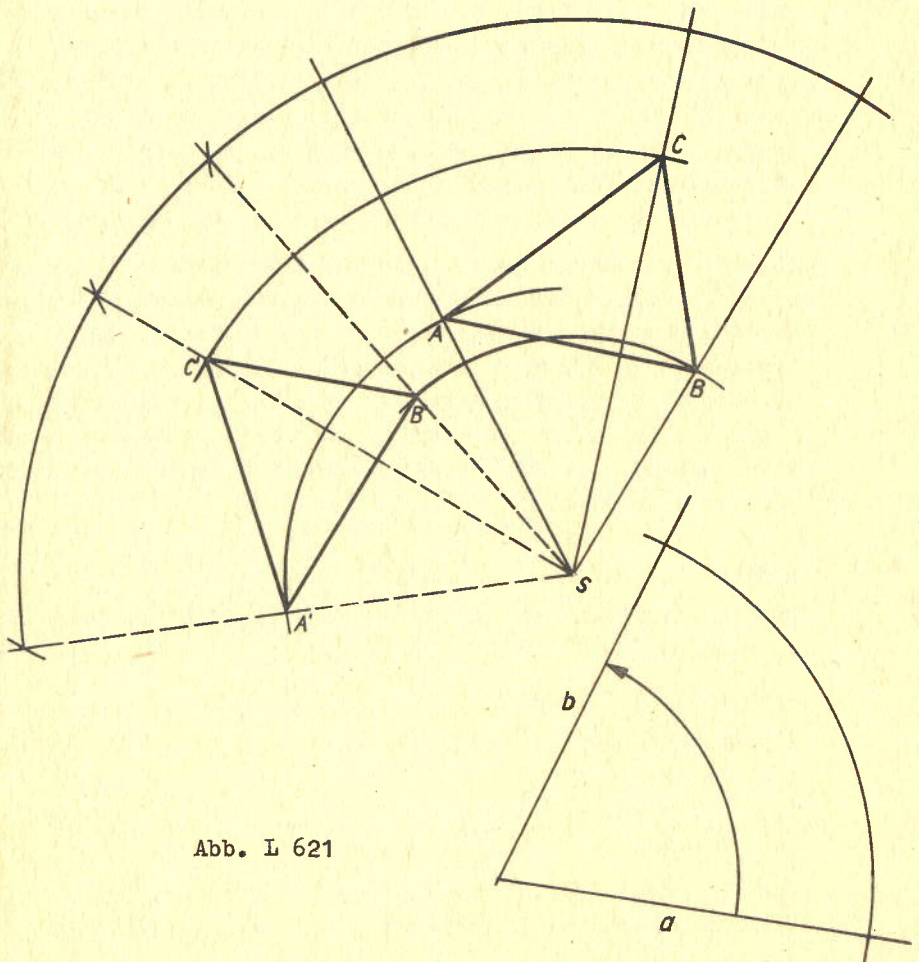


Abb. L 621

622) Lösung10 Punkte

Da jede Prämienstufe mindestens einmal vertreten war, gibt es mindestens 1 Werktätigen, der 150 M, einen, der 250 M, einen, der 350 M, einen, der 400 M und einen, der 500 M erhalten hatte. An diese fünf Werktätigen wurden daher insgesamt 1 650 M ausgezahlt.

Für die restlichen 6 Werktätigen stehen mithin noch genau 1 000 M zur Verfügung. Hätte jeder dieser Werktätigen genau 150 M erhalten, dann wären das zusammen 900 M. Also muß mindestens einer der 6 Werktätigen mehr als 150 M Prämie bekommen haben. Laut Aufgabe hat er dann aber mindestens 250 M Prämie bekommen. Für die restlichen 5 Werktätigen verbleiben nun höchstens 750 M, es konnte also kein weiterer der fünf Werktätigen mehr als 150 M Prämie erhalten haben. Folglich beträgt die gesuchte Anzahl 6.

(Hinweis zur Korrektur: Da aus dem Aufgabentext die Existenz einer Verteilung mit den geforderten Eigenschaften entnommen werden kann, ist eine Probe (d.h. ein Nachweis, daß 6 Prämien zu je 150 M, 2 Prämien zu je 250 M, je 1 Prämie zu 350 M, 400 M, 500 M zusammen 11 Prämien zu insgesamt 2 650 M sind, wobei jede der genannten Prämienstufen mindestens einmal vorkommt) nicht zu einem vollständigen Lösungstext erforderlich.)

623) Lösung12 Punkte

Die von den Pionieren erzielten Sammelergebnisse seien mit  $r, w, m, b, j$  ( in Mark) bezeichnet.

Dann gilt laut Aufgabe:

$$(1) \quad w > b > j$$

$$(2) \quad j > r; \quad r = 13$$

$$(3) \quad b = r + 4$$

$$(4) \quad w = m + 2 \quad m = j + 1$$

Aus (2) und (3) folgt  $b = 17$ . Aus (1) und (2) folgt  $w > b > j > r$ , aus (4)  $w > m > j$  und daraus sowie aus (5)  $m = b$ , also  $m = 17$ .

Daher sammelten: Werner 19 M, Beate und Margot je 17 M,  
Jan 16 M und Rita 13 M.

(Hinweis zur Korrektur: Siehe Hinweis zur Lösung von 622.)

624) Lösung 10 Punkte

Die Anzahl der in der DDR beheimateten Schiffe beträgt laut Aufgabe  $\frac{1}{3}$  der Gesamtzahl, also stammten 7 Schiffe aus der DDR. Die restlichen 14 Schiffe stammten aus den anderen vier Ländern.

Nun hat Manfred laut Aufgabe mindestens 1 indisches Schiff sowie infolgedessen mindestens 3 finnische, 4 bulgarische und 6 sowjetische Schiffe gesehen. Da das zusammen bereits 14 Schiffe sind, sind damit die gesuchten Anzahlen gefunden.

Anderer Lösungsweg:

Die Anzahl der indischen Schiffe sei  $x$ . Dann beträgt die Anzahl der finnischen Schiffe laut Aufgabe  $x + 2$ , die der bulgarischen  $x + 2 + 1 = x + 3$  und die der sowjetischen  $x + 3 + 2 = x + 5$ .

Also beträgt die Summe aller ausländischen Schiffe  
 $x + x + 2 + x + 3 + x + 5 = 4x + 10$ .

Daher beträgt laut Aufgabe die Anzahl der Schiffe aus der DDR  $\frac{1}{2} \cdot (4x + 10) = 2x + 5$ , und es gilt:

$$4x + 10 + 2x + 5 = 21, \text{ also}$$

$$6x + 15 = 21, \text{ woraus man}$$

$$6x = 6 \quad \text{und folglich}$$

$$x = 1 \quad \text{erhält.}$$

Daher hatte Manfred 1 indisches Schiff, 3 finnische, 4 bulgarische, 6 sowjetische und 7 Schiffe aus der DDR gesehen.

(Hinweis zur Korrektur: Siehe Hinweis zur Lösung von 622.)