Klaus Krüger
256 Bad Doberan

A 5 XI. Olympiade Junger Mathematiker der DDR
2. Stufe (Kreisolympiade)
Olympiadeklasse 5

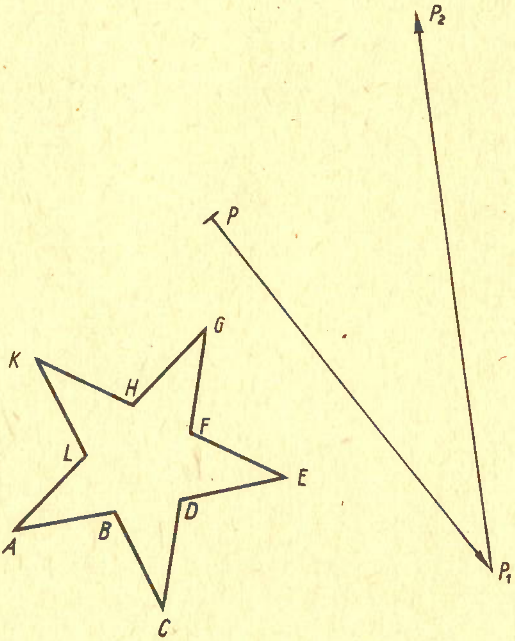
Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen. Dies bedeutet insbesondere, daß die in einer Lösung unbewiesen verwendeten Sachverhalte anzugeben sind. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

5/II/1) Auf dem beiliegenden Arbeitsblatt sind eine Sternfigur ABCDEFGHKL und zwei Verschiebungspfeile $\overrightarrow{PP_1}$ und $\overrightarrow{P_1P_2}$ abgebildet. Auf die Sternfigur sollen nacheinander die Verschiebungen $\overrightarrow{PP_1}$ und $\overrightarrow{P_1P_2}$ angewendet werden. Konstruiere auf dem Arbeitsblatt, unter alleiniger Verwendung von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck, die dabei entstehende Sternfigur $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2K_2L_2$! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.

5/II/2) Bernd hat an Monika insgesamt 21 Mark an Beiträgen abzurechnen. Er hat 8 Zweimarkstücke und 6 Fünfmarkstücke und kein weiteres Geld bei sich. In Monikas Kasse befinden sich genau 20,-- Mark, und zwar in Form von 10 Zweimarkstücken. Sie behauptet, daß es unter diesen Umständen 3 verschiedene Möglichkeiten gibt, den angegebenen Betrag abzurechnen.
Dabei sollen keine Möglichkeiten gezählt werden, bei denen ein Geldstück einmal zwischen Bernd und Monika hin- und ein gleichwertiges später wieder zurückgegeben wird. Auch sollen Möglichkeiten, die sich nur in der Reihenfolge unterscheiden, in der Geldstücke gegeben werden, nicht als verschieden gelten. Ebenso soll es nicht darauf ankommen, welches Fünfmark- oder welches Zweimarkstück gegeben wird.
Stelle fest, ob Monikas Behauptung richtig ist.

Anmerkung: Eine Untersuchung, ob diese 3 Möglichkeiten, falls es sie gibt, die einzigen sind, ist nicht erforderlich.

5/II/1) **Arbeitsblatt**



5/II/3) Am Wettbewerb der mathematischen Schülerzeitschrift "alpha" beteiligten sich 1970 von einer Oberschule insgesamt 216 Schüler. Das waren dreimal so viel wie im Jahr 1969. Im Jahr 1969 gab es an derselben Schule doppelt so viele Teilnehmer am alpha-Wettbewerb wie im Jahr 1968.

Berechne jeweils die Anzahl aller Schüler dieser Oberschule, die am alpha-Wettbewerb der Jahre 1968 und 1969 teilgenommen haben!

5/II/4) Ermittle alle diejenigen zweistelligen natürlichen Zahlen z, von denen jede alle folgenden Bedingungen gleichzeitig erfüllt:

(1) Die Zahl z ist nicht durch 10 teilbar.

(2) Subtrahiert man die Einerziffer der Zahl von ihrer Zehnerziffer, so erhält man 4.

(3) Vertauscht man die Ziffern von z miteinander, dann erhält man eine neue zweistellige Zahl z_1, deren Dreifaches kleiner ist als z.