

1. Marlies erklärt Claus-Peter ein Verfahren, nach dem man, wie sie meint, die Quadrate der natürlichen Zahlen von 26 bis 50 leicht ermitteln kann, wenn man die Quadrate der natürlichen Zahlen bis 25 auswendig weiß.

"Wenn du beispielsweise das Quadrat von 42 berechnen willst, dann bildest du die Ergänzung dieser Zahl bis 50 und quadrierst sie. Das wäre in deinem Falle 64. Davor setzt du die Differenz zwischen deiner Zahl und 25, in deinem Falle also 17. Die so gebildete Zahl, hier also 1764, ist bereits das gesuchte Quadrat von 42."

Prüfen Sie die Richtigkeit dieses Verfahrens für alle Zahlen des angegebenen Bereichs!

2. Konstruieren Sie ein Dreieck  $\triangle ABC$  aus  $a$ ,  $b+c$  und  $\alpha$ !

Dabei sind  $a$ ,  $b$ ,  $c$  die Längen der Dreieckseiten und  $\alpha$  die Größe des Winkels  $\sphericalangle BAC$ .

3. Geben Sie alle Zahlentripel  $(a,b,c)$  an, die die Gleichungen

$$\begin{array}{ll} a + b + c = s_1; & a - b + c = s_3; \\ a + b - c = s_2; & a - b - c = s_4 \end{array}$$

- 24 -

unter der zusätzlichen Bedingung erfüllen, daß die Menge der vier Zahlen  $s_1, s_2, s_3, s_4$  (ohne Rücksicht auf ihre Reihenfolge) mit der Menge der vier Zahlen 1, 2, 3, 4 übereinstimmt!

4. Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck  $\triangle ABC$ .

Ermitteln Sie das Verhältnis der Inhalte von In- und Umkreisfläche dieses Dreiecks zueinander!

5. Es ist zu beweisen, daß für jede ungerade Zahl  $n$  die Zahl

$$n^{12} - n^8 - n^4 + 1$$

durch 512 teilbar ist.

6. Es sei  $ABCD$  ein Rechteck, und es sei  $P$  ein Punkt, der nicht notwendig in der Ebene des Rechtecks zu liegen braucht.  $P$  habe vom Eckpunkt  $A$  den Abstand  $a$ , vom Punkt  $B$  den Abstand  $b$  und von  $C$  den Abstand  $c$ .

Man berechne den Abstand  $d$  des Punktes  $P$  vom Eckpunkt  $D$  und zeige dabei, daß zur Angabe dieses Abstandes  $d$  die Kenntnis der drei Abstände  $a, b, c$  ausreicht.

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Dies bedeutet insbesondere, daß die in einer Lösung unbewiesen verwendeten Sachverhalte anzugeben sind. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

4. Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck  $\triangle ABC$ .

Ermitteln Sie das Verhältnis der Inhalte von In- und Umkreisfläche dieses Dreiecks zueinander!

× 5. Es ist zu beweisen, daß für jede ungerade Zahl  $n$  die Zahl

$$n^{12} - n^8 - n^4 + 1$$

durch 512 teilbar ist.

6. Es sei ABCD ein Rechteck, und es sei P ein Punkt, der nicht notwendig in der Ebene des Rechtecks zu liegen braucht. P habe vom Eckpunkt A den Abstand  $a$ , vom Punkte B den Abstand  $b$  und von C den Abstand  $c$ .

Man berechne den Abstand  $d$  des Punktes P vom Eckpunkt D und zeige dabei, daß zur Angabe dieses Abstandes  $d$  die Kenntnis der drei Abstände  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ausreicht!