

Wichtig

VIII. Olympiade Junger Mathematiker der DDR
2. Stufe (Kreisolympiade)
Lösungen und Punktbewertung
Olympiadeklasse 5

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die

1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

1. Eine Lösungsmöglichkeit ist z. B. die in der Abb. L5;1 dargestellte. 5 Punkte

			X		
X					
				X	
	X				
					X
		X			

Abb.L5;1

2. Es gilt: 12 Punkte

$$85\ 000\ \text{kg} = 85\ \text{t} \quad \text{und} \quad 5\ 000\ \text{kg} = 5\ \text{t}.$$

Wenn nach der Entnahme von 85 t Weizen aus dem ersten und 5 t aus dem zweiten die Bestände in den beiden Lagerräumen gleich sind, befanden sich im ersten Lagerraum 80 t mehr als im zweiten; denn $85\ \text{t} - 5\ \text{t} = 80\ \text{t}$.

Da im ersten Lagerraum der Bestand anfangs dreimal so groß wie im zweiten war und nach der Entnahme in beiden die Bestände gleich sind, muß anfangs der Überschuß des ersten Raumes zweimal so groß wie der Bestand des zweiten Raumes gewesen sein. Also befanden sich im zweiten Raum die Hälfte von 80 t, das sind 40 t, und im ersten 120 t Weizen; denn $40\ \text{t} \cdot 3 = 120\ \text{t}$.

Als Probe gilt: $40\ \text{t} - 5\ \text{t} = 35\ \text{t}$
und $120\ \text{t} - 85\ \text{t} = 35\ \text{t}$.

3. Da Gerd mehr als doppelt so alt ist wie seine Schwester und seine Schwester viermal so alt ist wie ihr Bruder, muß Gerd mehr als achtmal so alt sein wie sein Bruder. Wäre sein Bruder zwei oder mehr Jahre alt, dann müßte Gerd mehr als 16 Jahre alt sein. Das widerspräche der Angabe, daß die Summe der Jahre 17 beträgt.

13 Punkte

Also ist der Bruder 1 Jahr alt, die Schwester demnach 4 Jahre, und wegen $17 - 1 - 4 = 12$ muß Gerd 12 Jahre alt sein.

Wegen $4 \cdot 4 > 12$ ist auch die Bedingung erfüllt, daß Gerd weniger als viermal so alt ist wie seine Schwester. Die angegebene Lösung genügt damit allen Bedingungen und ist zugleich die einzig mögliche.

4. Die Zahl 180 läßt sich nur auf die folgenden Weisen in zwei Faktoren a und b (mit natürlichen Zahlen a,b) zerlegen:

10 Punkte

$$\begin{aligned}
 180 &= 180 \cdot 1 &= 90 \cdot 2 &= 60 \cdot 3 &= 45 \cdot 4 \\
 &= 36 \cdot 5 &= 30 \cdot 6 &= 20 \cdot 9 &= 18 \cdot 10 \\
 &= 15 \cdot 12
 \end{aligned}$$

Dabei ist wegen $15 - 12 = 3$ nur für $a = 15$ und $b = 12$ auch die Bedingung (1) erfüllt.