V. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

3. Stufe (Bezirksolympiade)

Olympiadeklasse 10 - 1. Tag

<u>Achtung:</u> Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien usw.) muß deutlich erkennbar sein.

1. Weisen Sie nach, daß alle Zahlen

1331 ; 1030301 ; 1003003001 ; ....

$\underbrace{100\ldots\ldots}_{\text{jeweils}}3\underbrace{00\ldots\ldots}_{k}3\underbrace{00\ldots\ldots}_{\text{Nullen}}1$ Kubikzahlen sind !

2. a) Konstruieren Sie den Rhombus ABCD aus e + f und α ! Dabei bedeutet e die Länge der Diagonalen AC, f die Länge der Diagonalen BD und α das Maß des Winkels $\sphericalangle$ DAB .

   b) Beschreiben und diskutieren Sie die Konstruktion!

   <u>Anmerkung:</u> Die Konstruktionsbeschreibung soll kurz gehalten sein. Bei der Konstruktion von Dreiecken genügt die Angabe von Seiten und Winkeln, aus denen sich das Dreieck konstruieren läßt.

3. Ermitteln Sie alle reellen Zahlen a, b und c, für die

$$a + bc = (a + b)(a + c)$$ gilt!

30 01 77 - 1 1000/66 (E)

V. Olympiade Junger Mathematiker der DDR
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Olympiadeklasse 10 - 2. Tag

<u>Achtung:</u> Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien usw.) muß deutlich erkennbar sein.

4. Beweisen Sie, daß $\log_2 6$ keine rationale Zahl ist !

5. Man gebe für die Zahlen a, b, c, d Bedingungen an, die folgendes leisten:

   a) Wenn die Bedingungen erfüllt sind, dann hat die Gleichung

   $$(*)\quad \frac{a(x+1)+b}{c(x+1)+d} = \frac{ax+b}{cx+d}$$

   (mindestens) eine Lösung.

   b) Wenn die Gleichung (*) eine Lösung hat, so sind die Bedingungen erfüllt.

   Man ermittle, falls die Bedingungen erfüllt sind, alle Lösungen von (*) (Diskussion).

   <u>Anmerkung:</u> Es sind also Bedingungen aufzustellen, die für die Lösbarkeit von (*) notwendig und hinreichend sind.

6. Gegeben sind zwei konzentrische Kreise.
   Man beweise, daß die Summe der Quadrate der Entfernungen jedes Punktes P auf der äußeren Kreislinie von den Endpunkten eines Durchmessers des inneren Kreises konstant ist.

30 01 77 - 1 1000/66 (E)