

V. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

2. Stufe (Kreisolympiade)

Oly-mpiadeklasse 10

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien usw.) muß deutlich erkennbar sein.

1. Es sei E der Mittelpunkt der Diagonalen DB des Parallelogramms ABCD. Punkt F sei derjenige Punkt auf AD, für den

$$\overline{DA} : \overline{DF} = 3 : 1 \quad \text{gilt.}$$

Wie verhält sich das Maß des Flächeninhalts des Dreiecks $\triangle DFE$ zu dem des Vierecks ABEF, wenn man gleiche Maßeinheiten zugrunde legt?

2. Einem Kreis vom Radius r ist ein regelmäßiges Zwölfeck einbeschrieben.

- Berechnen Sie den Umfang des Zwölfecks!
- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Zwölfecks!
- Um wieviel Prozent ist der Umfang des Zwölfecks kleiner als der des Kreises (Das Ergebnis ist auf eine Stelle nach dem Komma genau anzugeben)?
- Um wieviel Prozent ist der Flächeninhalt des Zwölfecks kleiner als der des Kreises (Genauigkeit wie bei c)?

3. Es ist zu beweisen:

Wenn gilt (1) $0 < b < a$
und (2) $a^2 + b^2 = 6ab$,
dann ist $\frac{a+b}{a-b} = \sqrt{2}$.

4. Die 1007 Teilnehmer eines Kongresses sollen auf möglichst wenig Autobusse mit 13, 29 bzw. 41 Plätzen für Fahrgäste so verteilt werden, daß kein Platz leer bleibt. Wieviel Autobusse jeder Art sind zu bestellen?