

## V. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

## 3. Stufe (Bezirksolympiade)

Olympiadeklasse 8 - 1. Tag

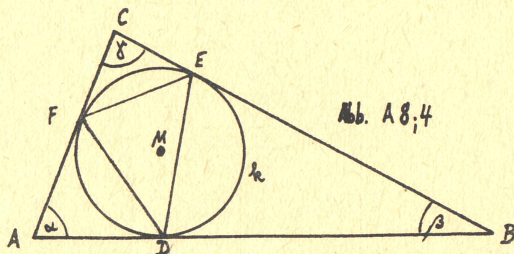
Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien usw.) muß deutlich erkennbar sein.

1. Ermittle die Anzahl aller Zahlen zwischen 10 000 und 99 999, die wie z.B. 35 453 vorwärts gelesen die gleiche Ziffernfolge wie rückwärts gelesen ergeben.
2. Ermittle alle in der Ebene des Dreiecks  $\triangle ABC$  gelegenen Punkte D, die mit den Eckpunkten A und B des Dreiecks  $\triangle ABC$  ein Dreieck bilden, dessen Flächeninhalt halb so groß ist wie der des Dreiecks  $\triangle ABC$  !
3. Gib alle Quadrupel  $(z_1, z_2, z_3, z_4)$  zweistelliger Zahlen  $z_1, z_2, z_3, z_4$  an, die folgende Eigenschaften haben:  
Für jedes Quadrupel gilt:
  - (1)  $z_1 \cdot z_2 = z_3 \cdot z_4$ ,
  - (2)  $z_3$  erhält man, wenn man  $z_1$  rückwärts liest,
  - (3)  $z_4$  erhält man, wenn man  $z_2$  rückwärts liest,  
(Beispiel  $24 \cdot 63 = 42 \cdot 36$ )
  - (4) Unter den vier Ziffern von  $z_1$  und  $z_2$  gibt es keine zwei, die gleich sind,
  - (5)  $z_1$  ist die kleinste der vier Zahlen.

V. Olympiade Junger Mathematiker der DDR  
 3. Stufe (Bezirksolympiade)  
 Olympiadeklasse 8 - 2. Tag

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien usw.) muß deutlich erkennbar sein.

4. Der Inkreis  $k$  des Dreiecks  $\triangle ABC$  habe mit den Dreiecksseiten  $AB$ ,  $BC$  und  $CA$  die Berührungspunkte  $D$ ,  $E$  und  $F$  (siehe Abb. A 8; 4). Die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$  haben die Maße  $\alpha$ ,  $\beta$ , und  $\gamma$ . Ermittle die Maße der Winkel  $\sphericalangle DEF$ ,  $\sphericalangle EFD$  und  $\sphericalangle FDE$  des Dreiecks  $\triangle DEF$ !



5. Jemand gießt 9 kg Wasser mit einer Temperatur von  $30^\circ\text{C}$  und 6 kg Wasser mit einer Temperatur von  $85^\circ\text{C}$  zusammen und rührt das Gemisch gut um.  
 Welche Temperatur würde das Gemisch annehmen, wenn man den Wärmeaustausch mit der Umgebung unberücksichtigt läßt?
6. a) Konstruiere das Dreieck  $\triangle ABC$ , wenn  $a + b$ ,  $r$  und  $\alpha$  gegeben sind!  
 Dabei ist  $a$  die Länge der Seite  $BC$ ,  $b$  die Länge der Seite  $AC$ ,  $r$  die Länge des Umkreisradius und  $\alpha$  das Maß des Winkels  $\sphericalangle CAB$ .
- b) Beschreibe und diskutiere die Konstruktion!

Anmerkung: Die Konstruktionsbeschreibung soll kurz gehalten sein. Bei der Konstruktion von Dreiecken genügt die Angabe von Seiten und Winkeln, aus denen sich das Dreieck konstruieren läßt.