

V. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

3. Stufe (Bezirksolympiade)

Olympiadeklasse 7 - 1. Tag -

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien usw.) muß deutlich erkennbar sein.

1. Auf welche beiden Ziffern endet das Produkt

$$z = 345\,926\,476^3 \cdot 125\,399\,676^2 \cdot 2\,100\,257\,933\,776^3 ?$$

2. Gegeben sind die voneinander verschiedenen Punkte A und B.

a) Konstruiere unter alleiniger Verwendung des Zirkels einen Punkt P, der auf der gleichen Geraden wie A und B liegt!

Schnitt

b) Beschreibe und begründe die Konstruktion!

Anmerkung: Die Konstruktionsbeschreibung soll kurz gehalten sein. Bei der Konstruktion von Dreiecken genügt die Angabe von Seiten und Winkeln, aus denen sich das Dreieck konstruieren läßt.

3. Der Punkt M liege im Innern des Dreiecks $\triangle ABC$.

Beweise, daß für jeden solchen Punkt M

$\epsilon > \alpha$ gilt, wenn ϵ ($< 180^\circ$) das Maß des Winkels

$\sphericalangle BMC$ und α das Maß des Winkels $\sphericalangle BAC$ ist.

Winkelsummensatz

V. Olympiade Junger Mathematiker der DDR
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Olympiadeklasse 7 - 2. Tag

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien usw.) muß deutlich erkennbar sein.

4. Berechne die Anzahl aller (untereinander verschiedener) vierstelligen Zahlen, die sich unter alleiniger Verwendung der Ziffern 1, 3 und 8 schreiben lassen!
Dabei braucht nicht jede der Zahlen sämtliche der drei zugelassenen Ziffern zu enthalten.
5. In dem Trapez ABCD sei $AB \parallel DC$. Ferner gelte $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{CB}$.
Beweise, daß die Diagonale AC den Winkel $\sphericalangle DAB$ halbiert!
6. Ein Betrieb sollte in 20 Arbeitstagen p Werkstücke der gleichen Art herstellen. Durch Anwendung besserer Arbeitsmethoden gelang es den Arbeitern, diesen Auftrag bereits 5 Arbeitstage früher zu erfüllen und dabei noch k Werkstücke mehr als gefordert herzustellen.
Wieviel Werkstücke wurden durchschnittlich an jedem Arbeitstag über den Plan hinaus produziert?