V. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

2. Stufe (Kreisolympiade)

Lösungen und Punktbewertung

Olympiadeklasse 6 Gesamtpunktzahl: 40 Punkte

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die 1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

1. Bezeichnet man die Anzahl der im Januar produzierten Tische mit x, so kann man folgende Aufstellung anfertigen: 8 Punkte

Monat	Anzahl der produzierten Tische
Januar	x
Februar	$x + 10$
März	$x + 20$
April	$x + 30$
.	
.	
.	
Dezember	$x + 110$
	$12x + 660$

Wäre die Produktion nicht gesteigert worden, d.h. wäre in jedem Monat die gleiche Anzahl wie im Januar produziert worden, so hätte die Anzahl der im ganzen Jahr produzierten Tische $1920 - 660 = 1260$ betragen. Die Anzahl der im Januar angefertigten Tische beträgt also $1260 : 12 = 105$ und daher die der im Juni hergestellten Tische $105 + 50 = 155$ und die der im Dezember fabrizierten Tische $105 + 110 = 215$.

2. Es ist $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \psi + \omega = 360^\circ$ 10 Punkte

und wegen (1) $\alpha + \beta = 108^\circ$,

also wegen (2) $4\beta = 108^\circ$

$\beta = 27^\circ$

und daher wegen (2) $\alpha = 81^\circ$.

Weiter ist $\delta = \alpha = 81^\circ$ (Scheitelwinkel)

und $\psi = \beta = 27^\circ$ (Scheitelwinkel),

und wegen $(\alpha + \beta) + \gamma = 180^\circ$ (Nebenwinkel)

ist $\gamma = 72^\circ$

und $\omega = \gamma = 72^\circ$.

30 01 93-1 • 1000/65 (E)

3. Wegen (2) ist b auch durch 36 teilbar. Man muß daher 36 mit einer natürlichen Zahl multiplizieren, um b zu erhalten. Dieser Faktor kann wegen (1) nicht 0 bzw. 1 und wegen (3) nicht durch 2 bzw. 3 teilbar sein. Wegen (4) scheidet ferner 11 als Faktor aus. Es kommen daher wegen $600 = 36 \cdot 16 + 24$ und auf Grund der obigen Überlegungen nur die Zahlen 5, 7 und 13 als Faktoren in Frage. Zu untersuchen sind also nur noch die Zahlen 180; 252 und 468, die sämtlich (1), (2) und (3) erfüllen. Von ihnen erfüllt nur 468 auch (4). Daher ist $b = 468$ die einzige Lösung. — 12 Punkte

4. Bezeichnet man die Größe jedes der Schüler (in cm gemessen) mit dem Anfangsbuchstaben seines Vornamens, so kann man die Aussagen (1) bis (6) in folgender Form schreiben: — 10 Punkte

(1) $I = M - 2$
(2) $E = G$
(3) H ist größer als der Kleinste von (E,R,M,I,J,G)
also $H > \text{Min.}\ (E,R,M,I,J,G)$
(4) $H < J < I$
(5) $H \leqq M$
(6a) $M = G + 2$
(6b) $M > J$

Aus (1) und (4) folgt (7) $H<J<I<M$.
Aus (1) und (6a) folgt (8) $I = G$.
Aus (2) und (8) folgt (9) $E = G = I$.
Aus (9) und (7) folgt (10) $H < J < E = G = I < M$.
Aus (3) und (10) folgt (11) $R < H$.

Daher lauten die Antworten:

a) Eva, Gerd und Ingrid sind gleich groß. Außer ihnen gibt es keine zwei Schüler, die gleich groß sind.

b) Monika, Eva, Gerd, Ingrid, Jürgen, Hans, Renate.

<u>Zusatzbemerkung:</u> Aus (1) und (4) folgen (5) und (6b), daher sind die Aussagen (5) und (6b) zur Lösung der Aufgabe entbehrlich.