

10; I

IV. Olympiade der Jungen Mathematiker  
der DDR 1965

Zentrale Olympiade - Olympiadeklasse 10 - 1. Tag

---

**Achtung:** Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschliesslich Nebenrechnungen, Konstruktionen von Hilfslinien usw.) muss deutlich zu erkennen sein.

---

1. Die 30 Preisträger eines Schülerwettbewerbs sollen mit neu herausgegebenen Fachbüchern prämiert werden. Es stehen 3 verschiedene Sorten von Büchern im Werte von 30 MDN, 24 MDN bzw. 18 MDN zur Verfügung. Von jeder Sorte soll mindestens ein Buch gekauft werden.

Welche Möglichkeiten der Zusammenstellung gibt es, wenn für die Prämierung insgesamt 600 MDN zur Verfügung stehen, die ausgegeben werden sollen?

2. Man bestimme alle reellen Zahlen  $x$ , die der Ungleichung

$$\frac{x}{p} - \frac{2p}{x} < 2$$

genügen, wobei  $p$  eine positive reelle Zahl (Parameter) bedeutet.

3. Beweisen Sie folgende Behauptung:

Ist die Summe dreier natürlicher Zahlen durch 6 teilbar, dann ist auch die Summe der Kuben dieser drei Zahlen durch 6 teilbar!

IV. Olympiade der Jungen Mathematiker  
der DDR 1965

Zentrale Olympiade - Olympiadeklasse 10 - 2. Tag

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschliesslich Nebenrechnungen, Konstruktionen von Hilfslinien usw.) muss deutlich zu erkennen sein.

4. Gegeben seien ein rechtwinkliges Dreieck  $\triangle ABC$  mit  $\sphericalangle ACB \cong R$  und ein beliebiger Punkt M auf der Hypotenuse AB.

Beweisen Sie, dass folgende Relation gilt:

$$\overline{AM}^2 \cdot \overline{BC}^2 + \overline{BM}^2 \cdot \overline{AC}^2 = \overline{CM}^2 \cdot \overline{AB}^2 !$$

5. Die Länge der Kanten eines regelmässigen Tetraeders sei a. Durch den Mittelpunkt einer Kante wird eine Ebene so gelegt, dass sie diese Kante nicht enthält und parallel zu zwei einander nicht schneidenden Kanten verläuft.

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Schnittfigur dieser Ebene mit dem Tetraeder!

6. In den Klassen 5 bis 8 einer Schule gibt es 300 Schüler. Von ihnen lesen regelmässig

- genau 120 Schüler die Zeitschrift "Technikus"  
" 90 Schüler die Zeitschrift "Fröhlichsein und Singen"  
" 180 Schüler die Zeitschrift "Die Trommel"  
" 60 Schüler die Zeitschriften "Die Trommel" und "Technikus"  
" 16 Schüler die Zeitschriften "Technikus" und "Fröhlichsein und Singen"  
" 24 Schüler die Zeitschriften "Fröhlichsein und Singen" und "Die Trommel"  
" 6 Schüler alle drei genannten Zeitschriften

I. a) Wieviel Schüler lesen genau eine dieser Zeitschriften regelmässig?

b) Wieviel Schüler lesen keine dieser Zeitschriften regelmässig?

II. Lösen Sie die Aufgabe allgemein, indem Sie die Schülerzahl mit s bezeichnen und die übrigen angegebenen Zahlen der Reihe nach durch die Variablen a bis g ersetzen!