

IV. Olympiade der Jungen Mathematiker  
der DDR 1965

Bezirksolympiade - Olympiadeklasse 10 - 1.Tag

---

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschliesslich Nebenrechnungen, Konstruktionen von Hilfslinien usw.) muss deutlich zu erkennen sein.

1. Ein Fussgänger geht (mit konstanter Geschwindigkeit) um 9.00 Uhr von A nach dem 12,75 km entfernten B. Auf der gleichen Strasse fährt um 9.26 Uhr ein Strassenbahnzug von A nach B ab. Er überholt den Fussgänger um 9.36 Uhr und fährt nach 4 Minuten Aufenthalt in B wieder zurück. Dabei begegnet er dem Fussgänger um 10.30 Uhr.
  - a) Wieviel Kilometer legen der Fussgänger und der Strassenbahnzug durchschnittlich in der Stunde zurück?
  - b) In welcher Entfernung von A überholt der Strassenbahnzug den Fussgänger, und wo begegnet er ihm bei der Rückfahrt?
  
2. Eine ganze Zahl schreibt sich im Dezimalsystem mit 300 Einsen und einer Anzahl von Nullen am Ende der Zahl. Kann diese Zahl eine Quadratzahl sein?
  
3. Gegeben sind Strecken von den Längen  $a = 5$ ,  $b = 4$  und  $c = 1$ . Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal den algebraischen Ausdruck

$$x = \frac{a^2 + b^2}{3c} !$$

IV. Olympiade der Jungen Mathematiker  
der DDR 1965

## Bezirksolympiade - Olympiadeklasse 10 - 2. Tag

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschliesslich Nebenrechnungen, Konstruktionen von Hilfslinien usw.) muss deutlich zu erkennen sein.

4. Von sechs Schülern einer Schule, die an der zweiten Stufe der Mathematikolympiade teilnahmen, erreichten zwei die volle Punktzahl. Die Schüler seien zur Abkürzung mit A, B, C, D, E und F bezeichnet.

Auf die Frage, welche beiden Schüler die volle Punktzahl erreicht haben, wurden die folgenden fünf verschiedenen Antworten gegeben:

1) A und C; 2) B und F; 3) F und A; 4) B und E; 5) D und A.

Nun wissen wir, dass in genau einer Antwort beide Angaben falsch sind, während in den übrigen vier Antworten jeweils genau eine Angabe zutrifft.

Welche beiden Schüler erreichten die volle Punktzahl?

5. Ist die folgende Aussage richtig?

Für alle ganzen Zahlen  $a$  und  $b$  gilt:

Wenn  $a^2 + b^2$  durch 3 teilbar ist, dann sind auch  $a$  und  $b$  durch 3 teilbar.

6. Ein regelmässiges Tetraeder habe die Höhe  $h$ . Ein Punkt im Innern des Tetraeders habe von den Seitenflächen die Abstände  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$ .

Man beweise:  $a + b + c + d = h$  !