**IV. Olympiade**
**der Jungen Mathematiker der DDR 1965**

2. Stufe (Kreisolympiade)

---

Lösungshinweise und Punktbewertungstabelle

**Olympiadeklasse 10** **Gesamtpunktzahl: 40 Punkte**

**Achtung:** Die im Vorspann zu den Lösungshinweisen der 1. Stufe zu findenden Bemerkungen gelten auch für die 2. Stufe.

1. Die vier Personen werden mit den Anfangsbuchstaben ihrer Vor- und Zunamen bezeichnet. Für unbekannte Namen sei X, Y und Z gesetzt. Dann gibt es wegen c) folgende Personen: BX, XY, YD, DZ. Wegen a) gilt $X \neq B$, $Y \neq D$. Da jeder Name genau je einmal als Vor- bzw. Zuname auftritt und mithin $Y \neq B$, $X \neq D$ gilt, ist wegen b) nur $X = A$, $Y = C$, $Z = B$ möglich. Die vier Personen heißen: Arnold Conrad, Bernhard Arnold, Conrad Dietrich und Dietrich Bernhard. **8 P.**

2. **8 P.**
$$\begin{aligned} y &= 10 - 2 \lg 2^5 - 5 \lg 5^2 \\ &= 10 - 10 \lg 2 - 10 \lg 5 \\ &= 10\,(1 - (\lg 2 + \lg 5)) \\ &= 10\,(1 - \lg 10) \\ &= 0 \end{aligned}$$

3. Bezeichnet man die Abschnitte der einen Diagonalen mit a und b, die der anderen mit c und d und den Winkel zwischen a und c mit $\beta$, so erhält man für die Flächen der vier Dreiecke: **12 P.**
$$F_1 = 0{,}5\ ac \sin \beta,$$
$$F_2 = 0{,}5\ ad \sin (180° - \beta),$$
$$F_3 = 0{,}5\ bd \sin \beta,$$
$$F_4 = 0{,}5\ bc \sin (180° - \beta).$$
Aus $F_1 = F_2$ folgt $c = d$, und aus $F_1 = F_4$ folgt $a = b$. Das heißt, die Diagonalen halbieren einander, es liegt ein Parallelogramm vor.

Umgekehrt folgt, daß die Flächen der vier Dreiecke gleich sind, wenn die Diagonalen einander halbieren.

4. Die Maßzahlen der drei Teilabschnitte seien a, b und $a + x$. **12 P.**

Dann gelten:

$$(1)\ 2a + b + x = 11{,}5$$

$$(2)\ \frac{a}{3} + \frac{b}{4} + \frac{a+x}{5} = 2{,}9$$

$$(3)\ \frac{a+x}{3} + \frac{b}{4} + \frac{a}{5} = 3{,}1.$$

Aus (2) und (3) erhält man $x = 1{,}5$ und damit aus (1)

$$2a + b = 10$$

und aus (2)

$$32a + 15b = 156.$$

Aus diesen Gleichungen berechnet man

$$b = 4 \text{ und } a = 3.$$

Der Weg führt 3 km bergauf, dann 4 km auf gleicher Höhe und schließlich 4,5 km bergab, wenn man von A nach B geht.

ES 10 H · Bestell-Nr. 300125–1 · Lizenz Nr. 203 · 1000/64 (E)
Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin
Satz: VEB (K) Druckerei Hohen Neuendorf (I-3-10)
Druck: Bärendruck, Berlin