

Krüger

9; I

IV. Olympiade der Jungen Mathematiker
der DDR 1965

Bezirksolympiade - Olympiadeklasse 9 - 1. Tag

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschliesslich Nebenrechnungen, Konstruktionen von Hilfslinien usw.) muss deutlich zu erkennen sein.

1. Zwei Betriebe A und B übernahmen die Herstellung von Ersatzteilen für Traktoren. Die Arbeit sollte in 12 Tagen ausgeführt werden. Zwei Tage nach dem Beginn der Arbeiten, die in beiden Betrieben gleichzeitig begannen, wurden im Werk A umfangreiche Reparaturen durchgeführt, so dass es für die Fortführung der Arbeiten ausfiel.

In wieviel Tagen kann das Werk B allein den Auftrag abschliessen, wenn seine Kapazität $66\frac{2}{3}\%$ von der des Werkes A beträgt?

2. Die Glieder der folgenden Summe sind nach einer bestimmten Gesetzmässigkeit gebildet. Suchen Sie diese Gesetzmässigkeit, und berechnen Sie x möglichst einfach:

$$x = \frac{6}{5 \cdot 7} + \frac{6}{7 \cdot 9} + \frac{6}{9 \cdot 11} + \frac{6}{11 \cdot 13} + \dots + \frac{6}{31 \cdot 33}$$

3. Konstruieren Sie zu einem gegebenen Halbkreis mit dem Radius r das einbeschriebene Quadrat!

4. Ist die folgende Aussage richtig?

Verzehrt man das Produkt von vier beliebigen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen um 1, so erhält man eine Quadratzahl.

5. Bei einem Rätselnachmittag wird dem besten Jungen Mathematiker der Klasse die Aufgabe gestellt, eine bestimmte reelle Zahl zu erraten. Dazu werden von seinen Mitschülern nacheinander Eigenschaften dieser Zahl genannt:

Klaus: "Die Zahl ist durch 4 teilbar."

Inge: "Die Zahl ist der Radius eines Kreises, dessen Umfang die Länge 2 hat."

Günter: "Die Zahl ist kleiner als 3."

Monika: "Die Zahl ist die Länge der Diagonalen eines Quadrates, dessen Seite die Länge 2 hat."

Klasse 9

- 14 -

Bärbel: "Die Zahl ist irrational."

Peter: "Die Zahl ist der Flächeninhalt eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Seite die Länge 2 hat."

Ferner erfährt er, daß von den Schülern Klaus und Inge, Günter und Monika sowie Bärbel und Peter jeweils genau einer die Wahrheit gesagt hat.

Wie heißt die Zahl?

6. Auf die Flächen eines Würfels sind Pyramiden aufgesetzt, deren Grundflächen den Flächen des Würfels kongruent sind und deren Seitenflächen mit der Grundfläche Winkel von 45° bilden.

- Wieviel Flächen hat der neue Körper, und welche Form haben diese Flächen?
- Geben Sie das Volumen des zusammengesetzten Körpers als Funktion der Würfelkante a an!