

## IV. Olympiade der Jungen Mathematiker der DDR 1965

### 2. Stufe (Kreisolympiade)

---

#### Lösungshinweise und Punktbewertungstabelle

#### Olympiadeklasse 9

Gesamtpunktzahl: 40 Punkte

**Achtung:** Die im Vorspann zu den Lösungshinweisen der 1. Stufe zu findenden Bemerkungen gelten auch für die 2. Stufe.

1. a) Wenn  $p$  die Produktion der Abteilung ist, so erreichen 4 Arbeiter eine Steigerung um  $0,2 p$ . 60 Prozent der Arbeiter erreichen eine Steigerung um  $1,5 p$ . 5 P.  
Daraus folgen:  $60\% \cong 30$  Arbeiter  
 $100\% \cong 50$  Arbeiter.  
In der Abteilung sind 50 Arbeiter tätig.
- b) Falls alle Arbeiter dieser Abteilung das neue Verfahren anwenden, läßt sich die Produktion auf 350 Prozent steigern. 1 P.
2. Die beiden Faktoren seien  $100 - a$  und  $100 - b$ , wobei gilt 10 P.  
 $0 < a < 10$  und  $0 < b < 10$ .

Dann erhält man als Produkt

$$(100 - a)(100 - b) = 10\,000 - 100a - 100b + ab.$$

Nach der Methode von Pataki erhält man schrittweise

$$(1) \quad 100 - a + 100 - b = 200 - a - b.$$

Wegen der Einschränkung für  $a$  und  $b$  hat diese Zahl an der Hunderterstelle eine Eins.

$$(2) \quad 200 - a - b - 100 = 100 - a - b$$

$$(3) \quad a b$$

$$(4) \quad 100(100 - a - b) + ab = 10\,000 - 100a - 100b + ab.$$

Also ist das Verfahren für derartige Faktoren gültig.

3. Man bezeichnet die drei Punkte mit  $A$ ,  $B$  und  $C$  und faßt sie als die Ecken eines Dreiecks mit den Seiten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  auf. Die Radien der drei Kreise um  $A$ ,  $B$  und  $C$  seien (in dieser Reihenfolge)  $x$ ,  $y$  und  $z$ . 10 P.

Dann gilt:

$$x + y = c$$

$$y + z = a$$

$$z + x = b$$

Daraus folgen:

$$x = \frac{-a + b + c}{2}; \quad y = \frac{a - b + c}{2}; \quad z = \frac{a + b - c}{2}.$$



4. Aus den Angaben (1) bis (8) folgt:

14 P.

- (9) Herr Drossel führt Aufsicht in Raum 48. (wegen (1) und (5))
- (10) Jutta arbeitet in Raum 49. (wegen (1), (2) und (7))
- (11) Günter arbeitet in Raum 50, Klaus in 48. (wegen (1), (10) und (6))
- (12) Günter ist Schüler von Herrn Drossel. (wegen (8), (9) und (11))
- (13) Klaus ist Schüler von Herrn Bär. (wegen (12) und (4))
- (14) Jutta ist Schülerin von Herrn Adler. (wegen (12) und (13))
- (15) Herr Adler führt Aufsicht in Raum 50. (wegen (3), (9), (10), (14))
- (16) Herr Bär heißt Klaus und führt Aufsicht in Raum 49. (wegen (4), (13) und (9) und (15)).