Bezirksolympiade

1. Vertauscht man die Ziffern einer zweistelligen Zahl n, so entsteht eine Zahl, die $\frac{8}{3}$ mal so groß wie n ist. Die Zahl n ist zu bestimmen.

2. Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck, wenn der Radius r des Inkreises und die Länge a einer Kathete gegeben sind, und beschreibe die Konstruktion!

Unter welcher Bedingung ist die Konstruktion ausführbar?

3. Von den 31 Schülern einer 4. Klasse können 21 schwimmen, 24 radfahren und 19 Schlittschuh laufen. Für einen Wettkampf wer-

Klasse 8

den Schüler gebraucht, die

a) schwimmen und radfahren,
b) schwimmen und Schlittschuh laufen,
c) radfahren und Schlittschuh laufen,
d) schwimmen und radfahren und Schlittschuh laufen können.

Wieviel Schüler der Klasse stehen jeweils bei a), b), c) und d) mindestens, wieviel höchstens zur Verfügung?

4. Gegeben sind drei Strecken von den Längen p_1, p_2 und r mit $p_1 < p_2$. Gesucht ist ein gleichschenkliges Trapez, dessen parallele Seiten die Längen p_1 bzw. p_2 haben und dessen Umkreis den Radius r hat.

a) Untersuche, unter welchen Bedingungen es solche Trapeze gibt, und beschreibe die Konstruktion!

b) Führe die Konstruktion für den Fall $p_1 = 3$ cm, $p_2 = 5$ cm und $r = 4$ cm aus!

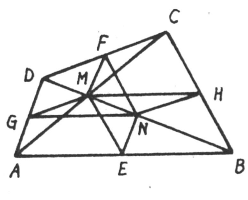
5. Gegeben sind vier aufeinander folgende natürliche Zahlen, die in ihrer Reihenfolge a, b, c und d genannt sind.

a) Welches Produkt ist größer, ac oder bd?
Bestimme die Differenz der beiden Produkte!

b) Welches Produkt ist größer, bc oder ad?
Bestimme die Differenz der beiden Produkte!

6. Es ist folgender Satz zu beweisen:

In einem konvexen Viereck ABCD seien keine zwei Seiten parallel. Dann sind die Mittelpunkte E, F bzw. G, H zweier Gegenseiten und die Mittelpunkte M, N der Diagonalen die Eckpunkte je eines Parallelogramms.

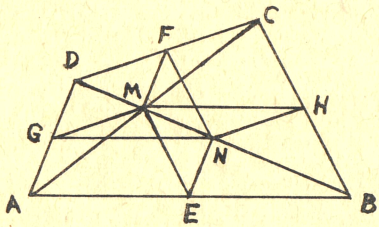


IV. Olympiade der Jungen Mathematiker
der DDR 1965
Bezirksolympiade - Olympiadeklasse 8 - 2. Tag

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen bzw. zu begründen. Der Lösungsweg (einschliesslich Nebenrechnungen, Konstruktionen von Hilfslinien usw.) muss deutlich zu erkennen sein.

4. Gegeben sind drei Strecken von den Längen p_1, p_2 und r mit $p_1 < p_2$. Gesucht ist ein gleichschenkliges Trapez, dessen parallele Seiten die Längen p_1 bzw. p_2 haben und dessen Umkreis den Radius r hat.
   a) Untersuche, unter welchen Bedingungen es solche Trapeze gibt, und beschreibe die Konstruktion!
   b) Führe die Konstruktion für den Fall $p_1 = 3$ cm, $p_2 = 5$ cm und $r = 4$ cm aus!

5. Gegeben sind vier aufeinander folgende natürliche Zahlen, die in ihrer Reihenfolge a, b, c und d genannt sind.
   a) Welches Produkt ist grösser, ac oder bd?
   Bestimme die Differenz der beiden Produkte!
   b) Welches Produkt ist grösser, bc oder ad?
   Bestimme die Differenz der beiden Produkte!

6. 

Es ist folgender Satz zu beweisen: In einem konvexen Viereck ABCD seien keine zwei Seiten parallel. Dann sind die Mittelpunkte E, F bzw. G, H zweier Gegenseiten und die Mittelpunkte M, N der Diagonalen die Eckpunkte je eines Parallelogramms.

Bestell-Nr. 30 01 65-1